中間試験（大学院コアコース：ミクロ経済学）

2005 年6 月6 日

担当：今井春雄・森知也（京都大学経済研究所)

（注：計算問題については計算ステップも示すこと。）

問1.(15%) 生産要素・生産財ともに 1 種類とし、投入量 x と産出量 y の関係が微分可能な生産関数 $y = f(x)$ により表されるとする。$f(\cdot)$ は収穫逓増であるとするとき、以下の問に答えよ。

(i) 本問題における収穫逓増を正しく定義せよ。
(ii) 平均生産物（$f(x)/x$）は非減少であるか？理由も述べよ。
(iii) 限界生産物（$df(x)/dx$）は非減少であるか？理由も述べよ。

問2.(15%) 効用関数が $u(x) = u_1(x_1) + u_2(x_2) + \cdots + u_K(x_K)$ により与えられ、すべての $k = 1, \ldots, K$ について $u'_k > 0, u''_k < 0$ が成り立つとする。ただし $x_k(\geq 0)$ は消費財 k の消費量である。このとき、すべての消費財 $1, \ldots, K$ は正常財であることを示せ。

問3.(30%) 二つの地域 A, B があり、これらのいずれかに立地して財 i を生産する完全競争的企業があるとする。いずれの地域に立地しても財 i を 1 単位生産するのに一定量の生産要素投入が必要であるとし、単位産出量当りの生産費用は一定で両地域で等しいとする。財 i は地域間で輸送可能であるが、地域間の輸送には「氷解型」費用がかかるとする。つまり、x 単位の財を地域 A から B（あるいは B から A）へ輸送すれば、その一部分 x/T 単位のみ地域 B（あるいは A）に到着するとする（ただし、$T > 1$）。このとき、以下の問に答えよ。

(i) 企業が地域 A に立地した場合、また地域 B に立地した場合のそれぞれについて、財 i の実現可能な単位産出量当たりの地域間配分計画 (x_{iA}, x_{iB}) を図示せよ（x_{ir} は地域 $r = A, B$ への供給量シェア)。さらに、企業が任意に立地地域を選べる場合、財 i の実現可能な地域間配分計画の集合は非凸となることを図示せよ。

(ii) 企業が地域 A に立地しており、地域 A から両地域に財 i を供給する場合 $(x_{iA}, x_{iB} > 0)$ に成立する必要のある地域 A, B 間の財 i の価格比 p_{iA}/p_{iB} の値を求めよ。

(iii) 企業が立地地域を選べるとき、(ii) の状況は完全競争均衡ではあり得ないこと、つまり、地域間の交易が起こるような利潤最大化立地を支持する競争均衡価格は存在しないことを示せ。

問4.(20%) 厚生経済学の第一基本定理と第二基本定理の関係について述べ、なぜ第一定理が成立するのか、それを支える論理について記述しなさい。（２００字以内）

問5.(20%) ある（厳密に）リスク回避的な個人に対し、確率 p で x 円 $(x > 0)$ を得るが、$1-p$ で x 円（ただし初期 wealth である w より x は小さいものとする）を失うギャンブルを提示し、この個人が、このギャンブルを受入れてよい p の最小値を $p(x)$ と定義する。（期待効用関数は、2 階微分可能な厳密に凹な関数と考える。）

(i) 上で定められる $p(x)$ は 1/2 より大きいことを示しなさい。

(ii) が 0 に向かって減少するとき、$p(x)$ の極限値が $\frac{1}{2}$ になることを示しなさい。（ロピタルの定理を用いると便利でしょう。）

$(iii)$$(ii)$ の結果を含めた上であらためて p を $x = 0$ の場合を含めて定義する。このときの、$p'(0)$ と絶対的危険（リスク）回避度との関係を示しなさい。（今度は、p を 2 階微分可能な関数と想定して計算してかまいません。）

上級ミクロ経済学
中間試験

2006 年 5 月 29 日

京都大学経済研究所　森知也

適当な仮定をおいて以下の問題に答えよ。また、表記については断らない限り講義ノートに従う。

問１．(i) θ_i を第 i 生産要素の投入費用が生産費用に占めるシェアとするとき、任意の費用関数について以下が成立することを示せ。

$$\theta_i = \frac{\partial \ln C(w,y)}{\partial \ln w_i} \tag{1}$$

(ii) （1）の性質を以下のコブ＝ダグラス型費用関数について確認せよ。

$$C(w,y) = Aw_1^{\alpha} w_2^{\beta} y$$

問２．ホモセティックな選好を持つ消費者について、以下の問い答えよ。ただし、選好は２回連続微分可能な強い準凹効用関数で表現できるとし、消費は常に内点で定まるとする。

(i) 当該の選好関係は１次同次の効用関数 $u(x)$ で表現可能であることを示し、消費量平面上の原点を始点とする任意の半直線上で限界代替率は一定となること、つまり、任意の消費財ペア i, j の間で、任意の $t > 0$ について以下の関係が成立することを示せ。

$$\frac{\partial u(tx)/\partial x_i}{\partial u(tx)/\partial x_j} = \frac{\partial u(x)/\partial x_i}{\partial u(x)/\partial x_j} \tag{2}$$

(ii) この仮定の下では需要関数が定義できること、つまり、所与の所得と価格の組の下では消費が一意に定まることを示したうえで、(i) の結果を用いて、需要関数 $x(p,I)$ が所得 I について線形であること、つまり任意の $t > 0$ について以下の関係が成立することを示せ。

$$x(p, tI) = tx(p, I) \tag{3}$$

(iii) 間接効用関数 $v(p,I)$ は以下のように表せることを示せ。ただし、$V(p) \equiv u(x(p,1))$。

$$v(p,I) = V(p)I \tag{4}$$

(iv) 以上より、スルツキー行列 $S(p,I)$ は以下のように表されることを示せ。

$$S(p,I) = D_p x(p,I) + \frac{1}{I} x(p,I) x(p,I)^T \tag{5}$$

ただし、$D_p x(p,I)$ は、各第 i 消費財需要の価格に関する微係数 $\partial x_i(p,I)/\partial p_i$ を要素とするベクトルで、$x(p,I)^T$ は消費ベクトル $x(p,I)$ の転置を意味する。

(v) 式 (5)、および、スルツキー行列 $S(p, I)$ の性質を用いて、$dx = D_p x(p, I) dp$（所得 I を固定したときの価格 p の微小変化に対する消費量の変化) としたとき、以下の (所得補償無しの) 需要の法則が成立することを示せ。

$$dp \cdot dx \leq 0 \tag{6}$$

問３． $2 \times 2 \times 2$ のヘクシャー＝オーリン国際貿易モデルについて、均衡における自国の総消費量、財価格、効用水準を、それぞれ $x \equiv (x_1, x_2)$、$p \equiv (p_1, p_2)$、u、で表し、自給自足経済の場合を x^A などと“A”の添え字をつけて自由貿易経済の場合と区別する。このとき、以下の手順で、「貿易の利益」を確認せよ。

(i) 均衡条件 (ゼロ利潤・費用最小化・完全雇用等) を使って、$p \cdot x^A \leq p \cdot x$ が成り立つことを示せ。

$(ii)$$(i)$ の結果を用いて、$u^A \leq u$ が成立することを示せ。（ヒント：$e(p, u^A), p \cdot x^A, e(p, u)$ の大小関係を比較せよ。）

上級ミクロ経済学中間試験

2007 年 5 月 28 日

京都大学経済研究所　森知也

適当な仮定をおいて以下の問題に答えよ。また、表記については断らない限り講義ノートに従う。

問１．企業の生産関数 $f(x)$ が収穫一定で、各生産要素 i の価格 w_i は、その限界生産物価値に一致しているとする：$w_i = p\partial f(x)/\partial x_i$（ただし、$p$ は生産物価格）。このとき、利潤はゼロであることを示せ。

問２．準線形の効用関数 $U(x_0, x_1) = x_0 + u(x_1)$ について以下の問に答えよ。ただし、$u' > 0, u'' < 0$ とする。また、最適消費量の非負条件は無視してよい。

(i) 効用最大化問題の一階条件を示せ。

(ii) (i) を用いて、各財の最適消費量および間接効用関数の形式を導出し解説せよ。

(iii) (ii) の結果より、効用最大化問題と支出最小化問題の双対性を用いて (つまり、支出最小化問題を直接に解かずに) 支出関数および補償需要関数を求め、それらの性質について解説せよ。(ヒント：補償需要関数の性質については、通常の需要関数との比較も行うこと。)

問３．間接効用関数の性質を用いて、双対性により、以下の支出関数の性質を導出せよ。

(i) 価格に関する 1 次同次性

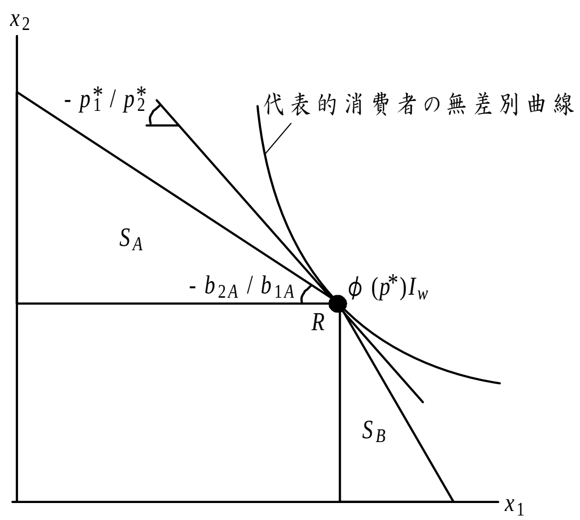
(ii) 価格に関する凹性（ヒント：間接効用関数が価格と所得に関して準凸関数であることを用いよ)

問４．講義で扱った 2 国リカードモデルにおいて、完全特化均衡において「他の条件が一定の下で、ある国の規模 (生産可能性集合) が大きくなるにつれ、その国の貿易の利益は減少する」という「Milles の逆説」について以下の問に答えよ。なお、断らない限り講義ノートの仮定に従うとする。

(i) 片方の国が不完全特化する均衡では、不完全特化した国では貿易の利益が得られない (鎖国時と労働者の効用水準は変わらない) ことを説明せよ。

(ii) いま、下図のような完全特化均衡 (図中点 R) が実現しているとする。効用関数がホモセティックな強い意味の準凹関数であるとき、国 A の人口規模が拡大するにつれ、各財の生産量はどのように変化するか (つまり、完全特化均衡点 R はどの方向へ移動するか) 答えよ。さらに、このとき、国 A の貿易の利益が減少する、つまり、均衡点 R における均衡交易条件 p_1^*/p_2^* が減少し、b_{2A}/b_{1A} に近づくこと説明せよ。

(iii) 効用関数が 2 階微分可能であるとして、各国が完全特化している場合に Mills の逆説が成り立つ必要十分条件を求め、経済学的に解説せよ。(ヒント：効用関数が準凹関数であることは必要ではないことに注意し、(ii) の解答を用いて答えよ。)


x_2
$- p_1^* / p_2^*$
代表的消費者の無差別曲線
S_A
$- b_{2A} / b_{1A}$
$\phi\ (p^*) I_w$
R
S_B
x_1