

# 上級ミクロ経済学（前半） 一般均衡モデル例（リカードモデル）

京都大学経済研究所 森知也

平成 20 年 3 月 19 日

## D 一般均衡モデル例 1（リカードモデル）

各国が生産技術の差異に基づく比較優位を持つ場合の国際貿易モデルを、(最も単純な) 2 国・2 生産財・1 生産要素 (労働) モデルを用いて紹介する。生産要素 (労働) の国際移動は不可能であるが、生産財は費用無しで国際移動可能であるとする<sup>1</sup>。2 国を  $A, B$  とし、2 財を  $1, 2$  とする。国  $l = A, B$  の (所与の) 労働賦存量は  $L_l$  で与えられ、財  $i = 1, 2$  について各国  $l$  の生産技術は線形で、表 1 に示される固定の「労働投入係数  $a_{il}$  = 単位生産量あたりの必要労働投入量」により与えられる。ただし、 $0 < a_{il} < \infty, i = 1, 2, l = A, B$  とする。従って、国  $l$  における、労働の財  $i$  についての限界生産物は

$$b_{il} = 1/a_{il}, \quad i = 1, 2; l = A, B \quad (\text{D.1})$$

により与えられる。

### D.1 生産

各国の「労働量 1 単位当たりの」生産可能性フロンティアは図 D.1 に示されるようになり、「労働量 1 単位当たりの」各国  $l$  の生産可能集合は  $S_l^0$  で表される。

定義 D.1 (生産技術の差異に基づく比較優位 - comparative advantage)  $\frac{b_{iA}}{b_{jA}} < \frac{b_{iB}}{b_{jB}}$  が成立するとき、国  $A(B)$  は財  $j(i)$  の生産に比較優位を持つという。

以下では、国  $A$  は財 1 に、国  $B$  は財 2 に比較優位を持つとする：

仮定 D.1 (比較優位)

$$\alpha \equiv \frac{b_{2A}}{b_{1A}} < \frac{b_{2B}}{b_{1B}} \equiv \beta \quad (\text{D.2})$$

各国の (実際の) 生産可能集合は

$$S_A = \{(x_1, x_2) | a_{1A}x_1 + a_{2A}x_2 \leq L_A; x_1, x_2 \geq 0\} \quad (\text{D.3})$$

$$S_B = \{(x_1, x_2) | a_{1B}x_1 + a_{2B}x_2 \leq L_B; x_1, x_2 \geq 0\} \quad (\text{D.4})$$

|   |          |          |
|---|----------|----------|
|   | A        | B        |
| 1 | $a_{1A}$ | $a_{1B}$ |
| 2 | $a_{2A}$ | $a_{2B}$ |

表 1: 労働投入係数

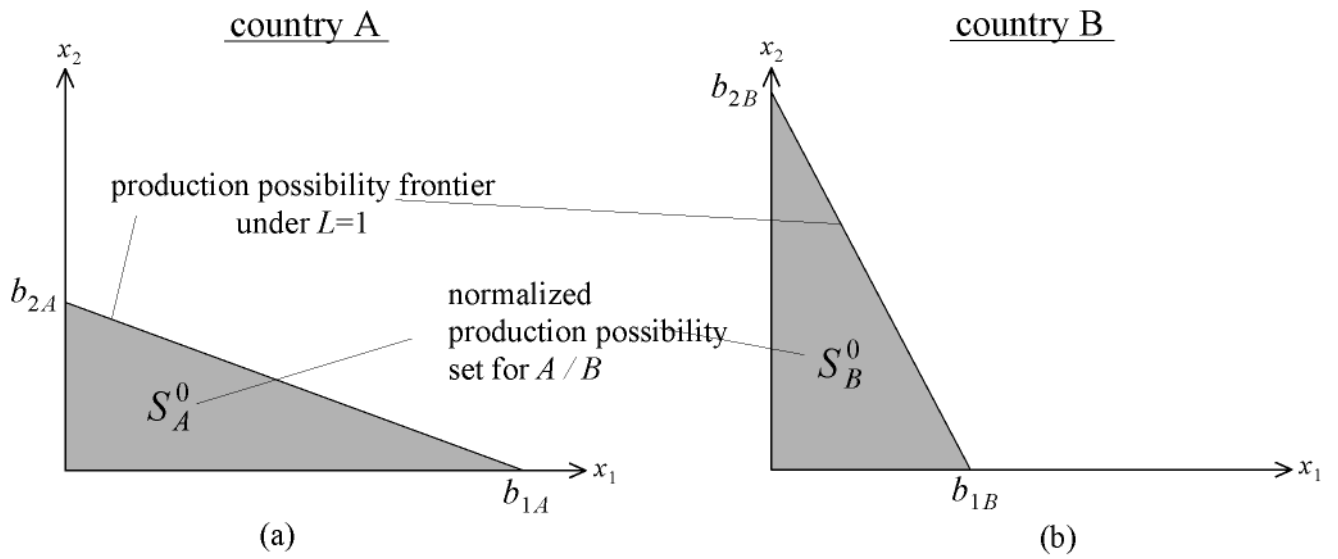


図 D.1: 単位労働量当たりの生産可能性フロンティア

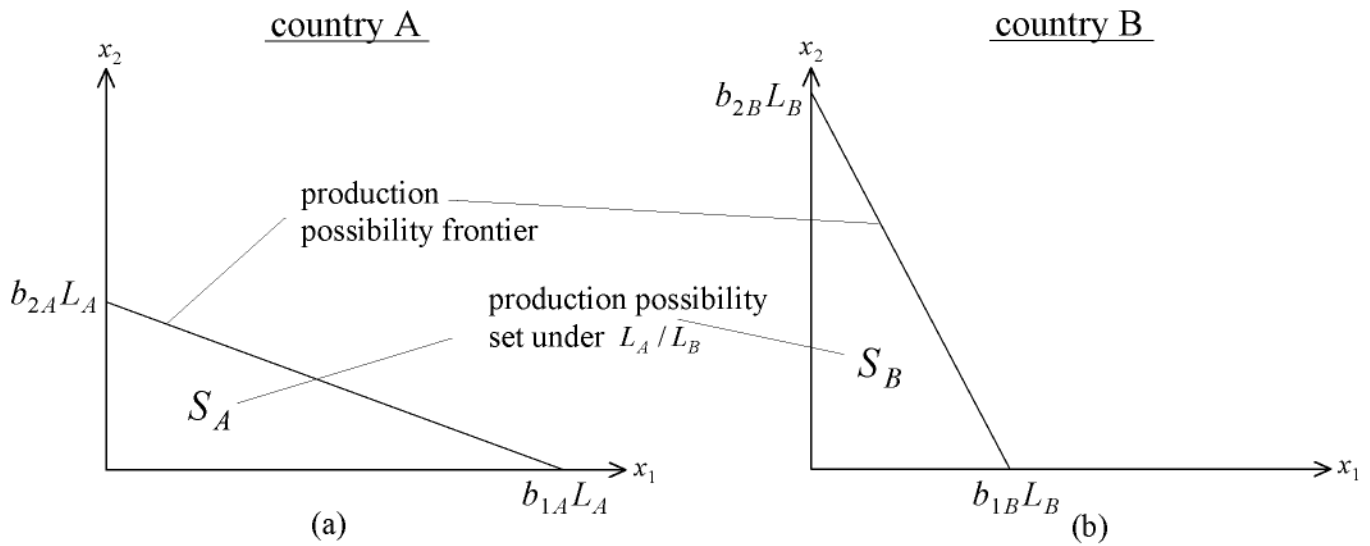


図 D.2: 各国の生産可能集合

で与えられ図 D.2 のように表される。

従って、世界の生産可能集合  $S_W$  は

$$S_W = S_A + S_B$$

$$= \{(x_1, x_2) | x_1^A + x_1^B = x_1, x_2^A + x_2^B = x_2, \forall (x_1^A, x_2^A) \in S_A, \forall (x_1^B, x_2^B) \in S_B\} \quad (D.5)$$

で与えられ、図 D.3 のように表される。

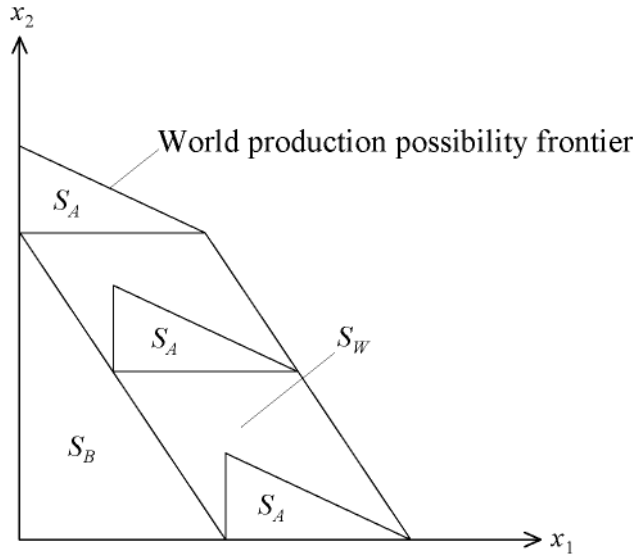


図 D.3: 世界の生産可能集合

## D.2 消費

仮定 D.2 (ホモセティック効用関数) 全消費者は同様で、共通の効用関数はホモティックで強い意味での準凹関数であるとする<sup>2</sup>。

いま、所得 = 1 の下での効用最大化問題

$$\max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) \quad (D.6)$$

$$s.t. \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = 1$$

の最適解を単位所得需要関数として

$$\phi_i(p), \quad i = 1, 2 \quad (D.7)$$

と表すと、所得 =  $I$  の消費者の効用最大化問題

$$\max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) \quad (D.8)$$

$$s.t. \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = I$$

<sup>1</sup>この仮定は国際貿易モデルで一般的である。一方、経済立地を扱う空間経済学においてはむしろ逆で、生産要素は費用無で地点間を移動できるが、生産財の輸送には費用がかかると仮定される。

<sup>2</sup>従って、各国においてあたかも1人の「代表的」消費者が全所得を有すると仮定して効用最大化問題を解くことにより、各財の総需要を一意的に導出することが可能になる。

から得られる需要関数は、ホモセティック関数の性質より<sup>3</sup>

$$\phi_i(p)I, \quad i = 1, 2 \tag{D.9}$$

となる。従って、所得 =  $I_A, I_B$  の消費者 2 人による総需要は

$$\phi(p) \equiv (\phi_1(p), \phi_2(p)) \tag{D.10}$$

を用いると

$$\phi(p)I_A + \phi(p)I_B = \phi(p)(I_A + I_B) \tag{D.11}$$

と表される。

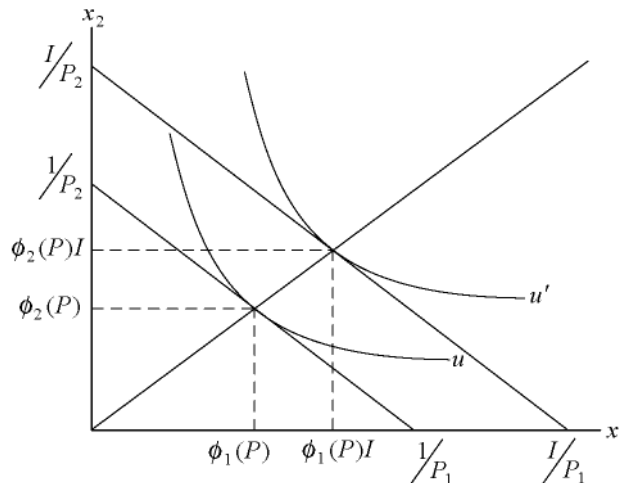


図 D.4: ホモセティック効用関数

### D.3 均衡

仮定 D.3 (自由貿易 - free trade) 全ての財市場は完全競争市場であり、政府の介入は無いものとする。

仮定 D.4 (輸送費用 - transport cost) 生産財の輸送費はゼロである (生産要素の輸送費は無限大)。

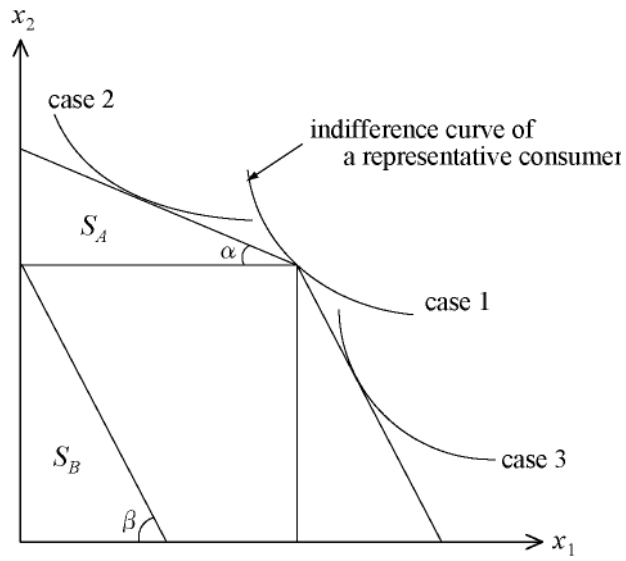
仮定 D.1 - D.4 の下で、貿易財の相対価格  $p_1/p_2$  の値によって、自由貿易均衡パターンは図 D.5 に示す 3 つである。Case 2 と 3 は、消費者の選好が、それぞれ財 2、1 に偏っている場合で、Case 1 は偏りの小さい場合である。図より明らかなように、Case 1 は、国 A が財 1 に、国 B が財 2 に完全特化 (定義 D.3 参照) し、Case 2 は、国 B が財 2 に完全特化、国 A が財 1 に不完全特化 (脚注 5 参照) Case 3 は、国 A が財 1 に完全特化、国 B が財 2 に不完全特化する場合である。貿易財の相対価格は、このように特化 (あるいは貿易) パターンを左右することから、交易条件 - terms of trade - と呼ばれる。以下では、Case 1 (図 D.6) を中心に均衡を特徴づける。

ステップ 1 : 各国における生産

財  $i$  の均衡価格を  $p_i^* > 0$ 、国  $l$  の賃金を  $w_l^* > 0$  とすると、完全雇用の下 (労働市場の需給均衡) での代表的企業の利潤最大化問題

$$\max_{(x_1, x_2) \in S_l} \pi_l = p_1^* x_1 + p_2^* x_2 - L_l w_l^* \tag{D.12}$$

<sup>3</sup>(所得) 拡張経路が直線となる (図 D.4 参照)。



$$\alpha < \beta$$

図 D.5: 均衡パターン

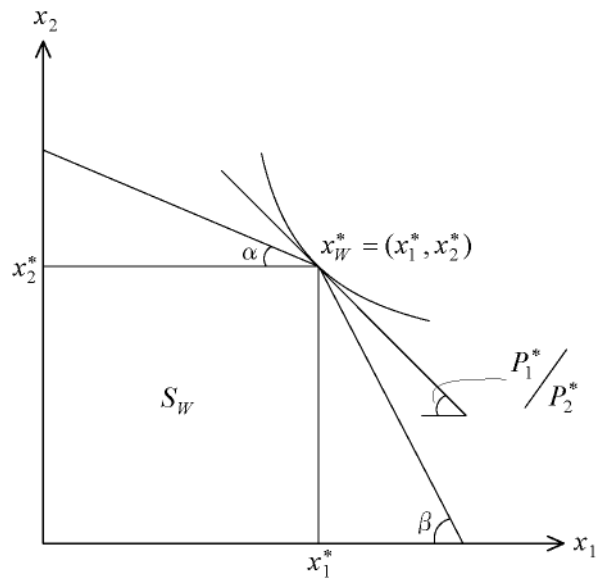


図 D.6: 完全特化均衡 (ケース 1)

は以下の国内総生産最大化問題に置き換えられる。

$$\max_{(x_1, x_2) \in S_l} R_l = p_1^* x_1 + p_2^* x_2 \quad (\text{D.13})$$

従って、

$$\alpha < \frac{p_1^*}{p_2^*} < \beta \quad (\text{D.14})$$

のときは、明らかに各国において完全特化 (Case 1) が起こり、国  $l$  の最適生産パターンは  $x_l^P \equiv (x_{1l}^P, x_{2l}^P)$  は以下で与えられる (図 D.7 参照) <sup>4</sup>。

$$x_A^P = (b_{1A}L_A, 0) \quad (\text{D.15})$$

$$x_B^P = (0, b_{2B}L_B) \quad (\text{D.16})$$

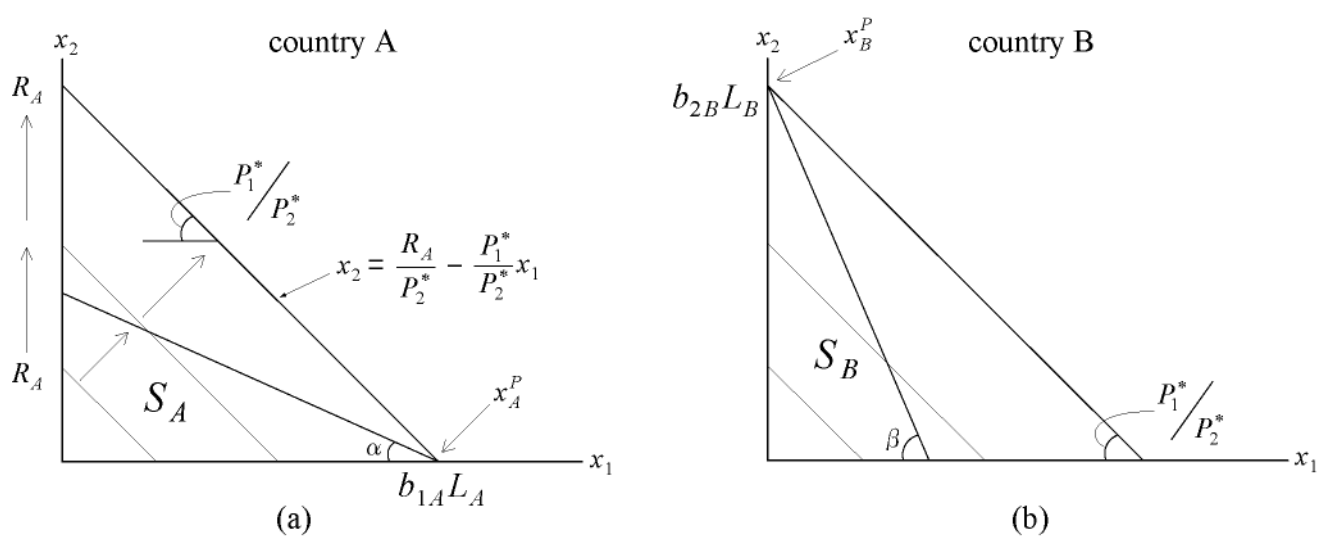


図 D.7: 各国の生産パターン

## ステップ 2 : 各国における消費

仮定 D.1 および条件 (D.14) の下で、各国の総収入は以下で与えられる。

$$I_A^* = p_1^* b_{1A} L_A \quad (\text{D.17})$$

$$I_B^* = p_2^* b_{2B} L_B \quad (\text{D.18})$$

代表的消費者の効用最大化問題は

$$\max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) \quad (\text{D.19})$$

$$s.t. \quad p_1^* x_1 + p_2^* x_2 = I_l^*$$

と表され、最適解  $x_l^C \equiv (x_{1l}^C, x_{2l}^C)$  は

$$x_l^C = \phi(p^*) I_l^* \quad (\text{D.20})$$

により与えられる (図 D.8 参照)。

<sup>4</sup>Case 2・3 の場合についても考察すること。

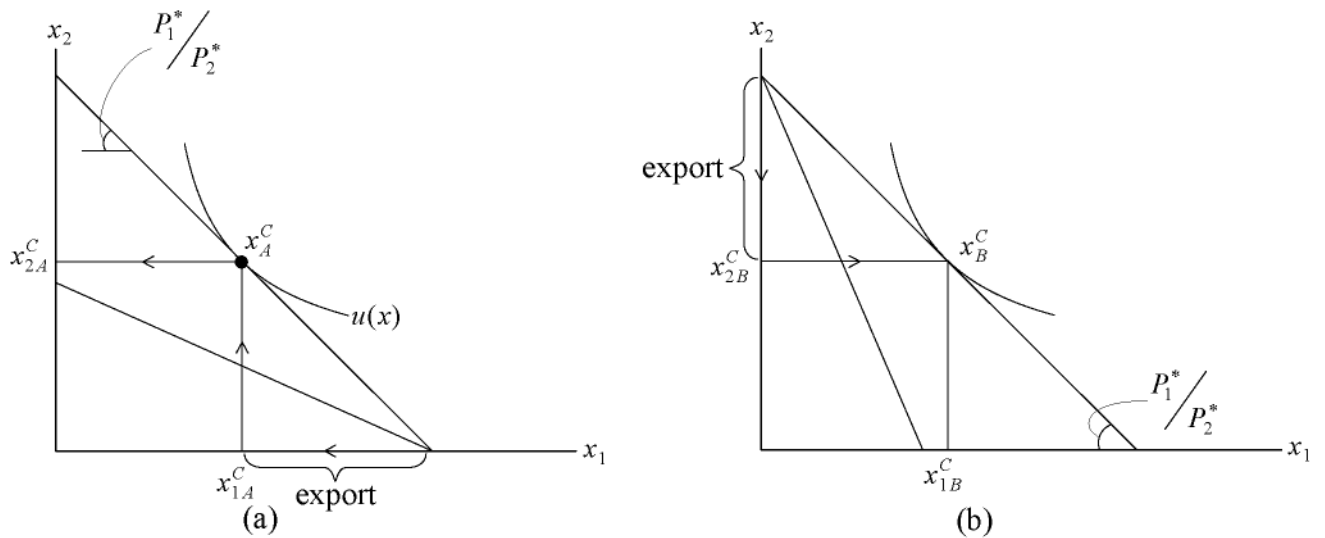


図 D.8: 各国の消費パターン

### ステップ3：均衡

均衡では、ステップ1・2の消費者の効用最大化と企業の利潤最大化の他に、以下の条件が満たされなくてはならない：

財の需給バランス：

$$x_A^P + x_B^P = x_A^C + x_B^C \quad (\text{D.21})$$

非正利潤：

$$\pi_{il} \equiv p_i^* - a_{il}w_l \leq 0, \quad i = 1, 2; l = A, B \quad (\text{D.22})$$

(参入企業について) ゼロ利潤：

$$x_{il}^P > 0 \Rightarrow p_i^* = a_{ij}w_l, \quad i = 1, 2; l = A, B \quad (\text{D.23})$$

完全雇用：

$$w_l > 0 \Rightarrow a_{1l}x_{1l}^P + a_{2l}x_{2l}^P = L_l, \quad l = A, B \quad (\text{D.24})$$

未知変数は  $x_l^P, x_l^C, p_i^*$  (相対値のみ),  $w_l$  ( $l = A, B; i = 1, 2$ ) で11に対し、均衡条件式は、利潤最大化4本、効用最大化4本、ゼロ利潤/非正利潤4本、財の市場清算2本、完全雇用2本の、合計12本となり、1本は独立でない。これは、(選好の局所非飽和性のため)消費者の予算制約が等号で成立することにより、均衡において、予算式と、財の需給バランス(D.21, D.24)が独立でなく、需給バランスのうち1本の式が余分となることによる。この結果は、ワルラス法則として知られる。

### ステップ4：貿易の利益

**定義 D.2 (特化 - specialization)** 2財の場合では  $x_{iA}^P/x_{jA}^P > x_{iB}^P/x_{jB}^P$  であるとき、国 A(B) は (相対的に) 財  $i(j)$  に特化しているという。

**定義 D.3 (完全特化 - complete specialization)**  $x_{il}^P > 0, x_{jl}^P = 0$  であるとき国  $l$  は財  $i$  に完全特化しているという<sup>5</sup>。

<sup>5</sup>定義 D.2の意味でいずれかの財に特化しており、かつ両財の生産が正である状態を不完全特化 - incomplete specialization - と呼ぶ。

Case 1 は完全特化の場合で

$$\infty = \frac{x_{1A}^P}{x_{2A}^P} > \frac{x_{1B}^P}{x_{2B}^P} = 0 \quad (\text{D.25})$$

となる。

相対的に生産性の高い産業に特化することで、各国の予算集合は拡大し、貿易をしない場合 (artarky) に比べて、達成される効用水準は高くなる (図 D.9 参照)。この効果を実貿易の利益 - gains from trade - と呼ぶ。

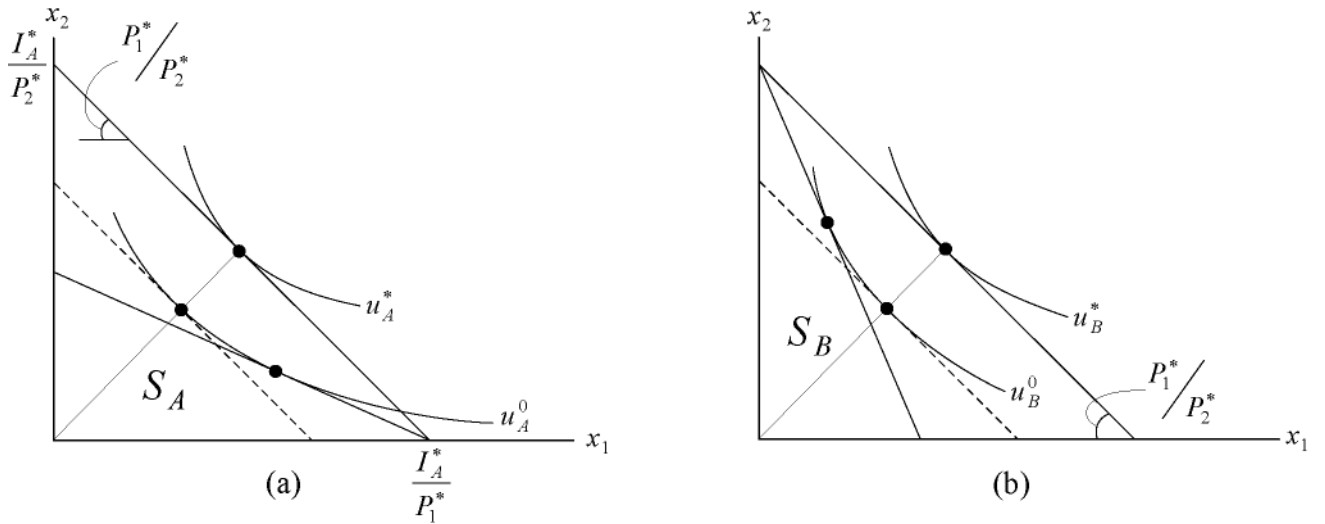


図 D.9: 貿易の利益

Case 2・3 の場合の均衡および特化パターンは図 D.10 のように表せる。

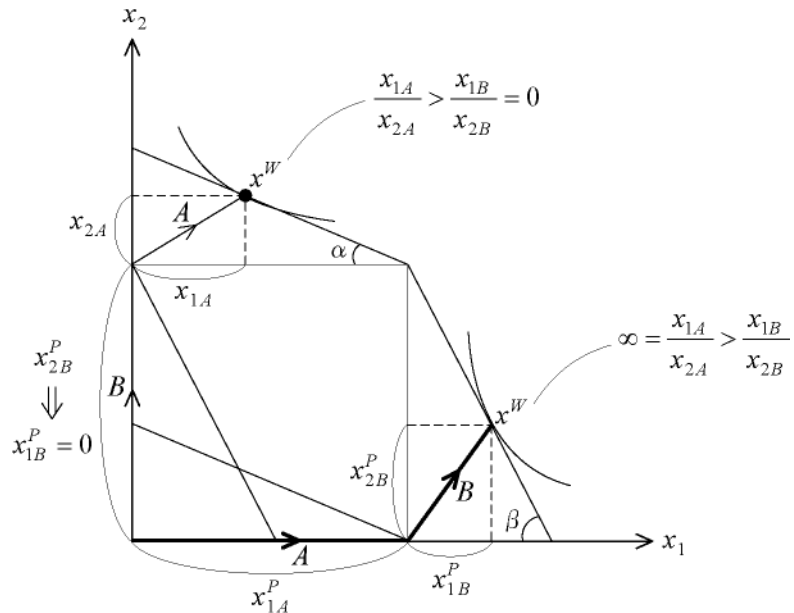


図 D.10: 不完全特化の場合

ステップ 5 : 均衡における賃金・効用水準



$$\begin{aligned}
x_{il}^* > 0 &\Rightarrow p_i^* = a_{il}w_l^* \\
&\Rightarrow w_l^* = \frac{1}{a_{il}}p_i^* = b_{il}p_i^*
\end{aligned}
\tag{D.26}$$

より、各国  $l = A, B$  において

$$w_l^* = \max_{i \in \{1,2\}} b_{il}p_i^* \tag{D.27}$$

となり、各国における賃金は、その国における最大の限界生産物価値に一致する。従って、全ての財について、いずれかの国、例えば国  $A$ 、が絶対優位 - absolute advantage - を持っていれば、賃金は国  $A$  において高くなり、従って効用水準も高くなる。つまり

$$\left. \begin{aligned}
b_{1A} > b_{1B} \\
b_{2A} > b_{2B}
\end{aligned} \right\} \Rightarrow w_A^* > w_B^* \Rightarrow u_A^* > u_B^* \tag{D.28}$$

が成立する。