上級ミクロ経済学（前半）
第三週宿題（消費者の理論）

京都大学経済研究所　森知也

平成 20 年 3 月 19 日

問題 C.1 (効用最大化・支出最小化問題) 以下の効用関数に対応する、マーシャルの需要関数、間接効用関数、支出関数、補償需要関数を求めよ。

(i) $u(x_1, x_2) = \min\{a_1x_1, a_2x_2\}$, $\quad a_1, a_2 > 0$

(ii) $u(x_1, x_2) = a_1x_1 + a_2x_2$, $\quad a_1, a_2 > 0$

(iii) $u(x) = \left[\sum_{i=1}^{n} a_i x_i^{\rho}\right]^{1/\rho}$, $\quad a_i > 0, i = 1, \ldots, n, \quad \sum_i a_i = 1,\ \rho \leq 1,\ \rho \neq 0$

(iv) $u(x) = a \log x_1 + b \log x_2$, $\quad a, b > 0,\ a + b = 1$

問題 C.2 (加法的分離可能効用関数) 効用関数が

$$u(x_1, x_2, x_3) = u_1(x_1) + u_2(x_2) + u_3(x_3), \quad u_i^{'} > 0,\ u_i^{''} < 0,\ i = 1, 2, 3$$

で与えられるとき、以下の問いに答えよ。

(i) 3種類の消費財のうち、いくつが下級財になり得るか？

(ii) 第1財の価格 p_1 が上昇したときの、第 $1, 2$ 財の需要量 x_1, x_2 は、それぞれどの様に反応するか？

(iii) 代替行列 $\mathbf{D}x$ の符号パターンを示せ。

問題 C.3 問題 *C.4* (需要の所得弾力性) 第 i 財需要 $x_i(p, I)$ の所得弾力性の上・下限がそれぞれ、$\overline{\eta}$,$\underline{\eta}$, で与えられるとき、つまり、任意の価格 $p > 0$ と所得 $I > 0$ について

$$\underline{\eta} \leq \frac{\partial x_i(p, I)}{\partial y} \frac{y}{x_i(p, I)} \leq \overline{\eta}$$

であるとき、任意の所得水準 $I_1, I_2 > 0$ について、以下の関係が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^{\underline{\eta}} \leq \frac{x_i(p, I_2)}{x_i(p, I_1)} \leq \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^{\overline{\eta}}$$