上級ミクロ経済学（前半）
第一週宿題（生産者の理論）

京都大学経済研究所　森知也

平成 20 年 4 月 15 日

問題 B.1 (規模に対する収穫) 任意の投入ベクトル $x(\neq 0)$ について（ただし、$(x, f(x)) \in \mathbf{Y}$）、$\alpha(k,x) \equiv \frac{f(kx)}{kf(x)}$ が

$$\alpha(k,x) > 1 \quad \forall k \in (1, \infty)$$
$$\alpha(k,x) < 1 \quad \forall k \in (0, 1)$$

を満たすとき *(*つまり、全ての生産要素投入を $k(>1)$ 倍に増加させたとき、産出量が k 倍より大きく増加するとき*)*、生産関数 f は α の意味で収穫逓増を呈するといい、$\varepsilon(k,x) \equiv \frac{k}{f(kx)} \frac{\partial f(kx)}{\partial k}$ が

$$\varepsilon(k,x) > 1 \quad \forall k > 0$$

を満たすとき、生産関数 f は β の意味で収穫逓増を呈するというとする。このとき、α と β の意味の生産関数の収穫逓増は同値であることを、以下の２つのステップで示せ。

(i)

$$\frac{\partial \alpha(k,x)}{\partial k} > 0 \ \forall k > 0 \ \forall x \ s.t. \ (x, f(x)) \in \mathbf{Y}$$
$$\Longleftrightarrow \varepsilon(k,x) > 1 \ \forall k > 0 \ \forall x \ s.t. \ (x, f(x)) \in \mathbf{Y}$$

(ii)

$$\alpha(k,x) > 1 \ \forall k > 1 \ \forall x \ s.t. \ (x, f(x)) \in \mathbf{Y}$$
$$\Longleftrightarrow \frac{\partial \alpha(k,x)}{\partial k} > 0 \ \forall k > 1 \ \forall x \ s.t. \ (x, f(x)) \in \mathbf{Y}$$
$$\alpha(k,x) < 1 \ \forall k \in (0,1) \ \forall x \ s.t. \ (x, f(x)) \in \mathbf{Y}$$
$$\Longleftrightarrow \frac{\partial \alpha(k,x)}{\partial k} > 0 \ \forall k \in (0,1) \ \forall x \ s.t. \ (x, f(x)) \in \mathbf{Y}$$

問題 B.2 (CES 生産関数) 生産要素を n 種類であるＣＥＳ生産関数 $f(x) \equiv f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \left[\sum_{i=1}^n a_i x_i^\alpha\right]^{1/\alpha}$（ただし、$a_i > 0, i = 1, \ldots, n$ は $\sum_{i=1}^n a_i = 1$、および、α は $0 < \alpha \leq 1$ なる定数とする）について、以下の問に答えよ。

(i) この生産技術が収穫一定であることを示せ。

(ii) 生産関数 f は凹関数であることを示せ。

(iii) 費用関数と、制約付生産要素需要関数を求めよ。

問題 B.3 (費用最小化問題) 平均費用曲線がＵ字となるような費用関数について、費用最小化問題の解が内点解であり、費用関数 $C(w;y)$ が *2* 階連続微分可能であるとして、以下の問に答えよ。

(i) 生産要素価格の上昇は、生産要素が正常であっても下級であっても、平均費用曲線を上昇させることを示せ。

(ii) 第 i 生産要素需要の産出量弾力性が１を超えるとき、つまり、$\mu_i \equiv \frac{\partial x_i}{\partial y} \frac{y}{x_i} > 1$ となるとき、そしてそのときのみ、第 i 生産要素価格の上昇は平均費用を最小にする産出量を減少させることを示せ。