§Ｆ 独占的競争モデル

<u>基本文献：</u>

① 松山(1994)：Dixit-Stiglitz型独占的競争モデルの応用例
② Beath-Katsoulacos (1991)：寡占→独占的競争

代替的な定式化：
③ Vives(1985)/Ottaviano-Tabuchi-Thisse(2002)：
準線形効用関数を用いた独占的競争の定式化
…解析の単純化
…価格競争効果(所得効果の捨象)

④ Behrens-Murata(2005)：
加法的分離可能関数を用いた独占的競争の定式化
…所得効果＋価格競争効果

§F.1. 独占企業の利潤最大化問題

または：

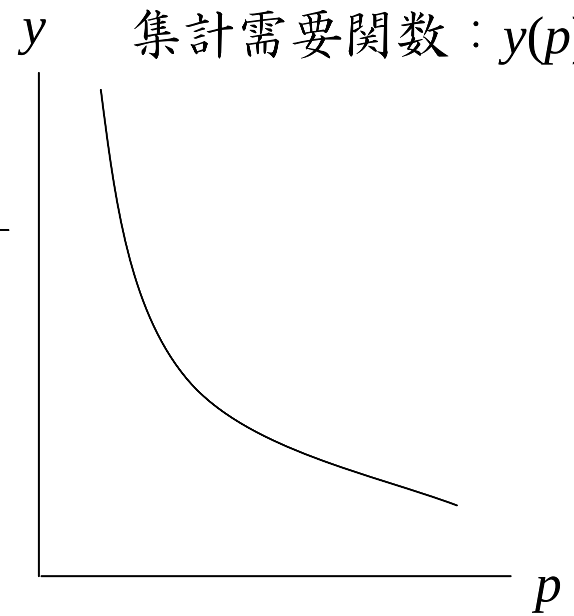
$$\max_p \, p y(p) - C(y(p), w)$$

$$\max_y \, p(y)y - C(y; w)$$

逆需要関数： $p(y) \equiv y^{-1}(p)$

価格 p の下での集計需要量： $y(p)$

集計需要関数：$y(p)$



1階条件の解釈：

限界収入　　　　限界費用

$$p(y^*) + p'(y^*)y^* = C'(y^*)$$

供給量の増加

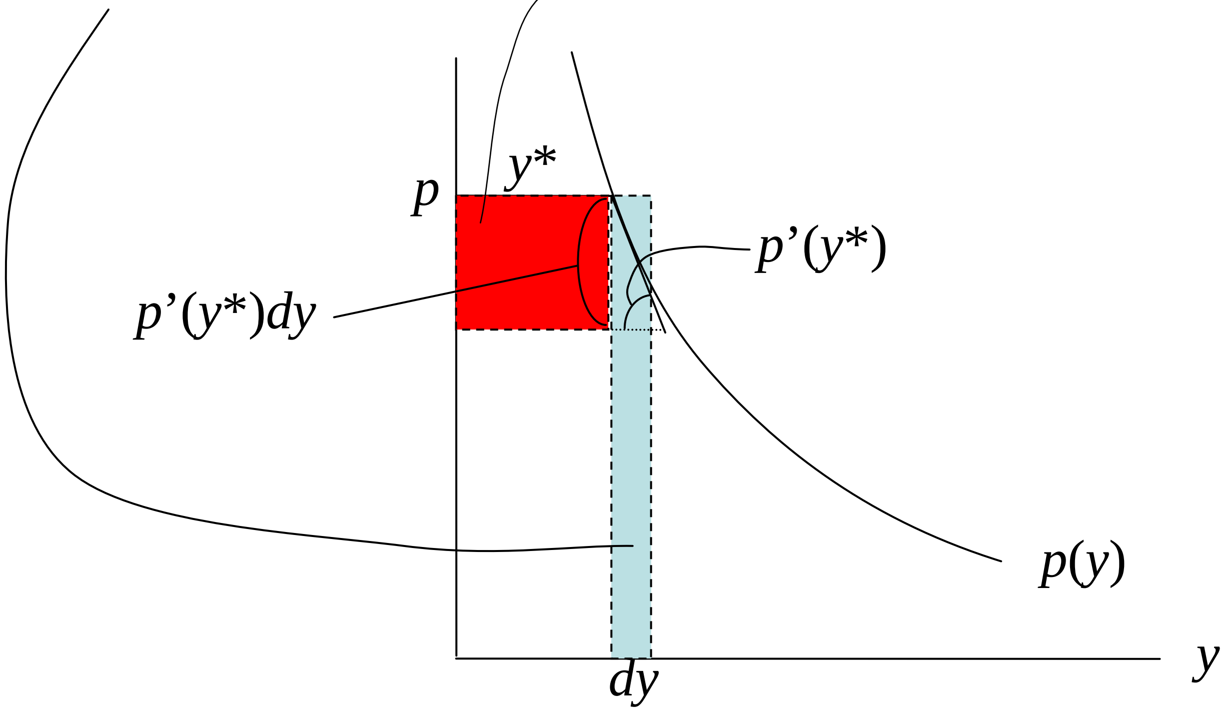
$$dy$$

販売増加→収入増加

$$p(y^*)dy$$

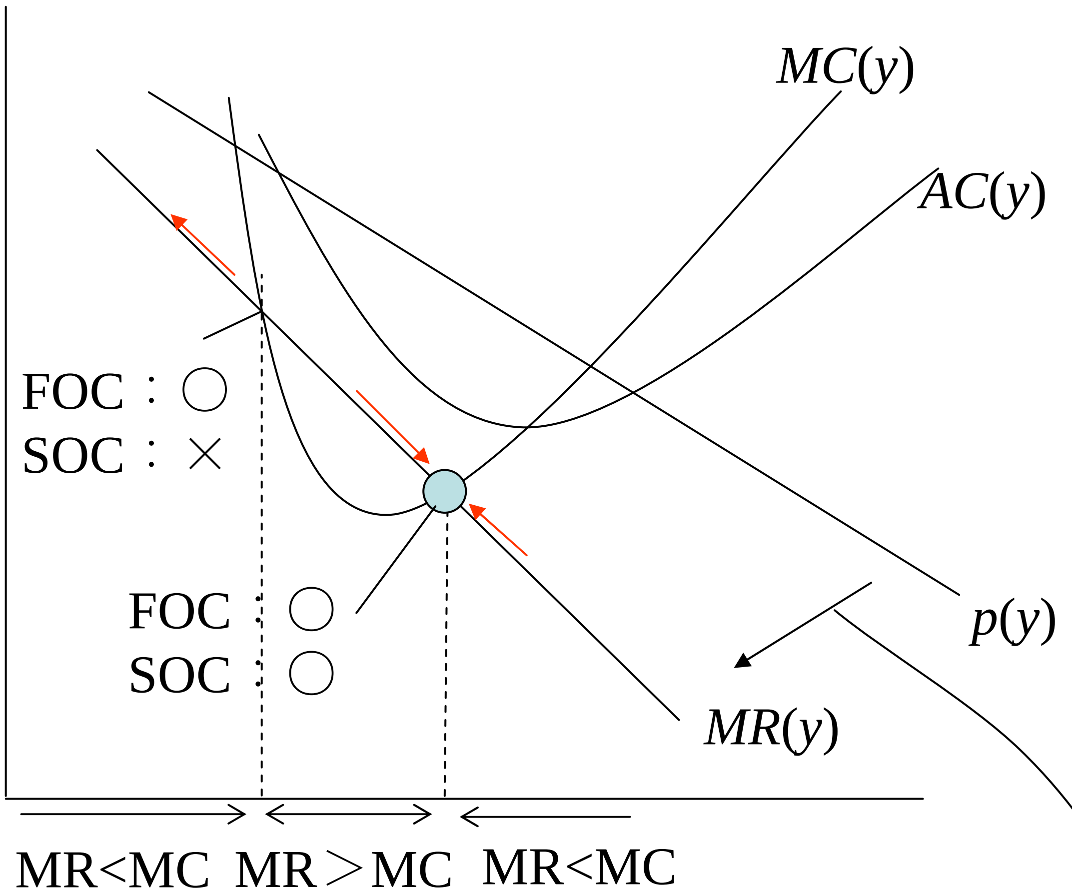
価格下落→収入減少

$$p'(y^*)y^*dy$$



２階条件の解釈

$$\underbrace{2p'(y^*) + p''(y^*)y}_{\text{限界収入曲線の傾き}} - \underbrace{C''(y^*)}_{\text{限界費用曲線の傾き}} \leq 0$$



$$MR(y) \equiv p(y) + p'(y)y < p(y) \quad \because \; p'(y) < 0$$

1階条件：　$p(y^*) + p'(y^*)y^* = C'(y^*)$

需要の価格弾力性：

$$\epsilon(y) = -\frac{p}{y(p)}\frac{dy(p)}{dp}$$

$$p(y^*)\left[1 - \frac{1}{\epsilon(y^*)}\right] = C'(y^*)$$

$$p(y^*) = \underbrace{\frac{1}{1-1/\epsilon(y^*)}}_{\text{限界費用に対するマークアップ率}} C'(y^*)$$

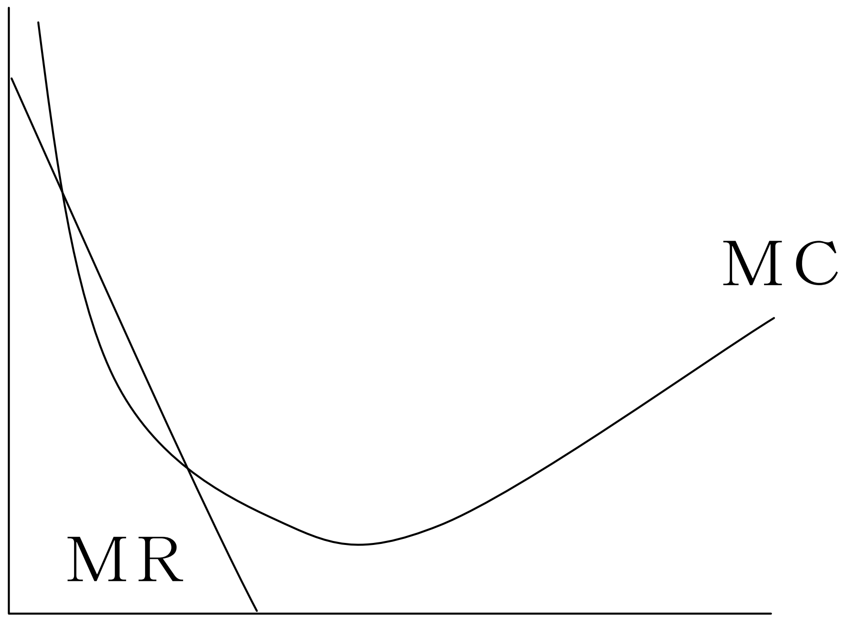
需要関数のε＞1の部分で最適となる：　$p(y)dy < -\frac{dp}{dy}ydy$

需要の増分　収入の減分

価格下落

注１） ε$\rightarrow \infty$：完全競争$\Rightarrow p(y) = C'(y)$

注２）独占の場合：$C''(y) < 0$ 部分でも最適となり得る



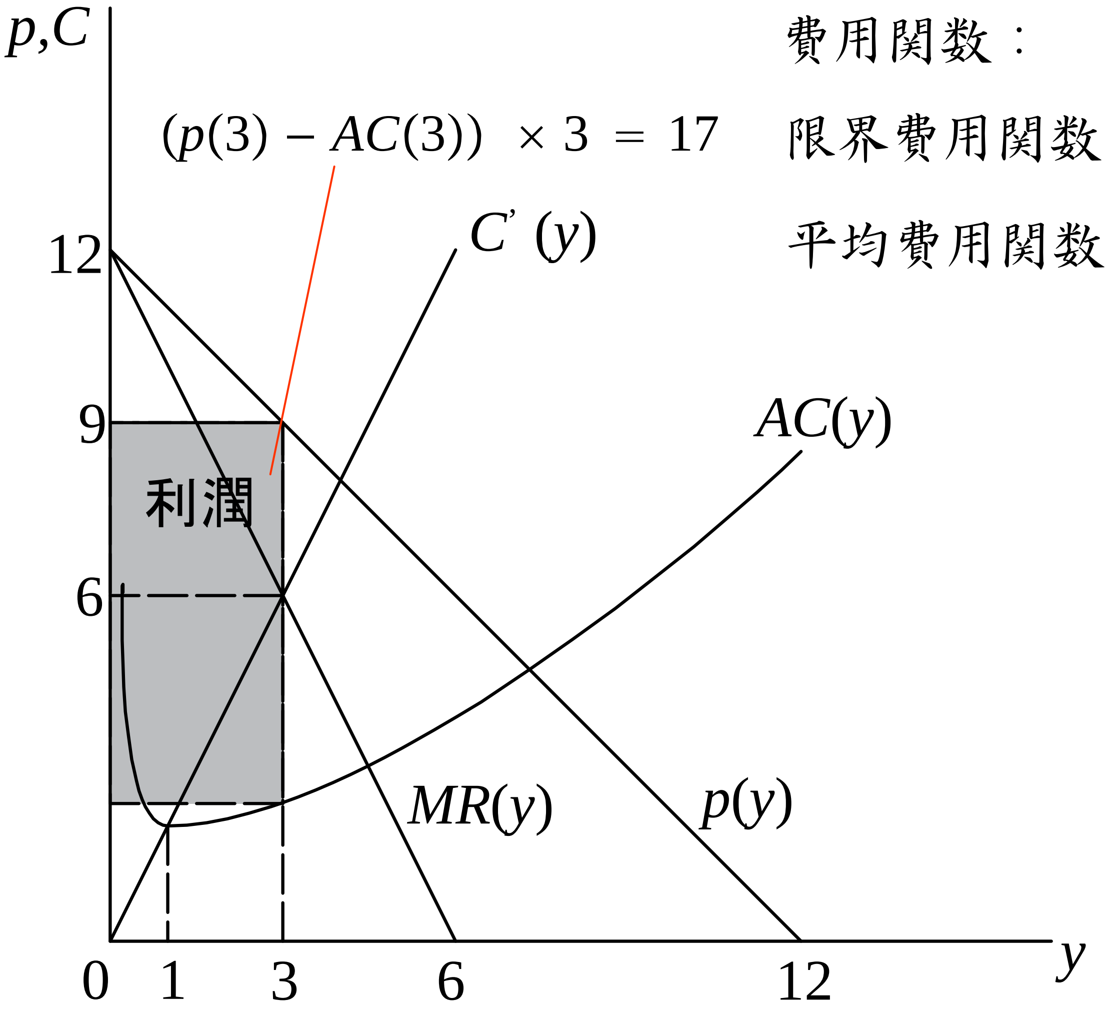
逆需要関数： $p(y) = 12 - y$

限界収入関数： $R'(y) = 12 - 2y$

費用関数： $C(y) = y^2 + 1$

限界費用関数： $C'(y) = 2y$

平均費用関数： $AC(y) = C(y)/y = y + \frac{1}{y}$



F.2. 独占的競争モデル：Dixit-Stiglitzモデル

寡占モデル(企業数有限)

消費財の多様性

代替の弾力性：

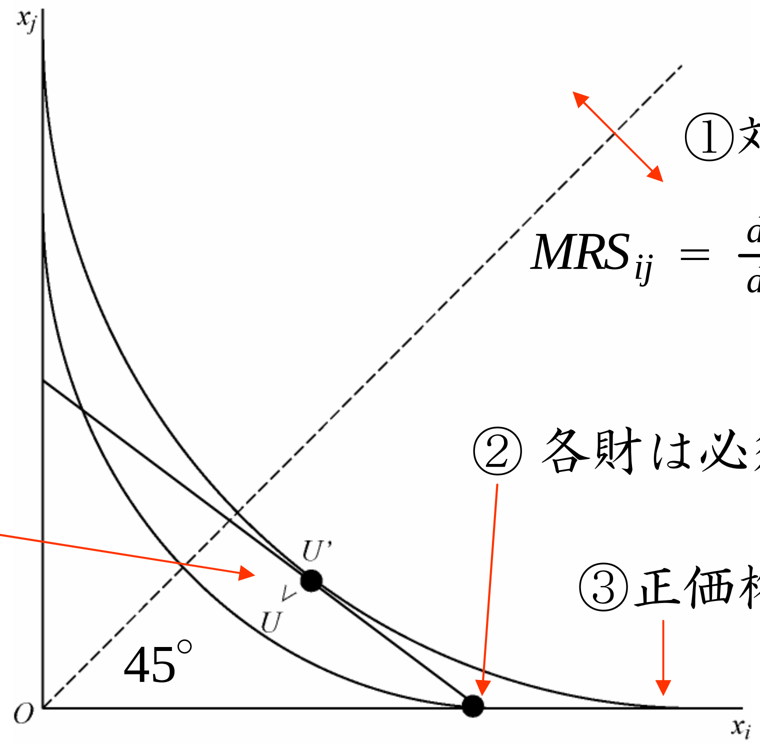
$$\sigma = \frac{1}{1-\rho}$$

効用関数：

バラエティ数

$$U(x) = \left(\sum_{i=1}^{n} x(i)^{\rho}\right)^{1/\rho}, \quad 0 < \rho < 1$$

$$\Rightarrow \sigma > 1$$



①対称

$$MRS_{ij} = \left.\frac{dx(j)}{dx(i)}\right|_{u=const.} = -\left(\frac{x(i)}{x(j)}\right)^{1-\rho}$$

② 各財は必須でない

③ 製品の差別化
・多様性嗜好

③正価格なら正需要
(←軸と接する)

生産における規模の経済

限界費用　　　固定費用(参入費用)

生産費用：$C = cq + F$

産出量

産出量＞０

①財の差別化→独占的価格設定
②潜在的に無限のバラエティの存在＋生産の規模の経済
　　→各企業は単一バラエティに特化
③バラエティは不可欠でない→各バラエティ数は内生(経済規模により
④自由参入・退出→ゼロ利潤
⑤固定費用＝参入費用⇒参入企業の産出量＞０＋バラエティ数は有限
⑥多数企業の存在→各企業は他企業に対する戦略的影響を無視

完全競争市場の単純さ
規模の経済・不完全競争
多様性の内生化

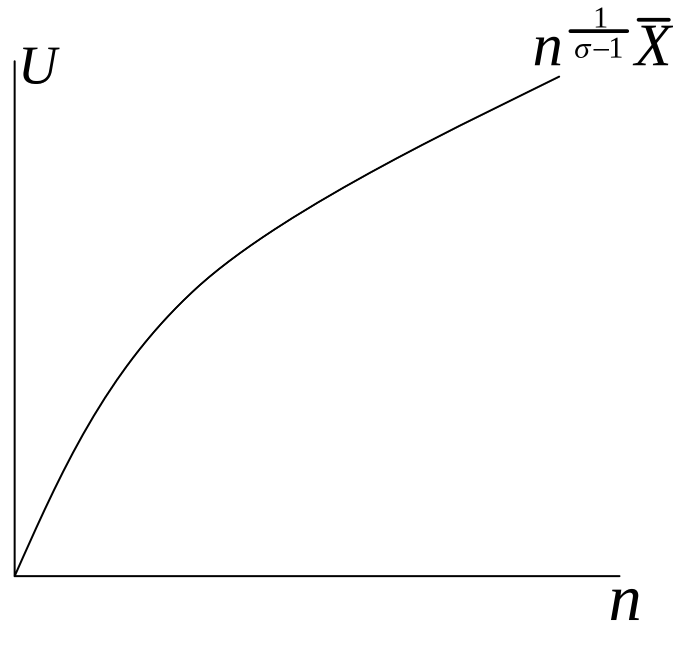
マクロレベルでの経済諸現象
・成長
・経済発展
・国際分業
・都市形成等々

多様性嗜好

一定の $\left\{\begin{array}{l}\text{名目所得}\\ \text{価格}\end{array}\right\}$ の下で　消費財多様性 $\Updownarrow$ ？ 効用水準

$\left\{\begin{array}{l}\text{総消費量：}\ \overline{X}\\ \text{各バラエティを均等に消費：}\ \dfrac{\overline{X}}{n}\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ 効用水準： $U = \left\{n\left(\dfrac{\overline{X}}{n}\right)^{\rho}\right\}^{1/\rho} = n^{\frac{1}{\sigma-1}}\overline{X}$



消費者の行動

内生変数

$$\max_{x\geq 0} U(x) \quad s.t. \quad \sum_{i=1}^{n} p(i)x(i) = Y$$

差別家財合成財の価格指数：

ラグランジュ乗数

効用最大化１階条件： $\left(\frac{U}{x(i)}\right)^{1/\sigma} = \lambda p(i)$

$$x(i) = \frac{U}{\lambda^{\sigma} p(i)^{\sigma}}$$

$$U(x) = \left(\sum_{i=1}^{n} x(i)^{\rho}\right)^{1/\rho}$$

所得の限界効用： $\lambda = \left(\sum_{i=1}^{n} p(i)^{1-\sigma}\right)^{-\frac{1}{1-\sigma}}$

$\boxed{\text{差別化財合成財の価格指数：}\ P = \frac{1}{\lambda} = \left(\sum_{i=1}^{n} p(i)^{1-\sigma}\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}}$

市場を介した(金銭的)外部経済

企業の参入
(i.e., 財バラエティの増加)

利潤機会

差別化財市場

効用関数に直接影響

$$U = \left(\sum_{i=1}^{n} x(i)^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}}$$

フィードバック
(モデル必要)

名目所得・各財価格一定でも効用増加

対称均衡： $P = n^{\frac{1}{1-\sigma}} p \;\longrightarrow\; U = \frac{Y}{P} \nearrow \;\text{ as }\; n \nearrow$

企業の最適化問題において(完全には)考慮されていない

$$U = \frac{Y}{P}$$

$$x(i) = \frac{U}{\lambda^{\sigma} p(i)^{\sigma}}$$

$$\boxed{x(i) = \frac{Y}{p(i)^{\sigma} P^{1-\sigma}}}$$

需要の価格弾力性の計算

$$\ln x(i) = \ln Y - \sigma \ln p(i) - (1-\sigma) \ln P$$

$$P = \left(\sum_{i=1}^{n} p(i)^{1-\sigma}\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$\frac{\partial \ln P}{\partial \ln p(i)} = \frac{\partial P}{\partial p(i)} \frac{p(i)}{P} = \left(\frac{p(i)}{P}\right)^{1-\sigma}$$

$$\eta_{ii} \equiv \frac{\partial \ln x(i)}{\partial \ln p(i)} = -\sigma - (1-\sigma)\left(\frac{p(i)}{P}\right)^{1-\sigma}$$

$$\eta_{ij} \equiv \frac{\partial \ln x(i)}{\partial \ln p(j)} = -(1-\sigma)\left(\frac{p(i)}{P}\right)^{1-\sigma}$$

<u>对称均衡</u>

$$p(i) = p$$

$$x(i) = x$$

$$\boxed{\begin{aligned} P &= n^{\frac{1}{1-\sigma}} p \\ x &= \frac{Y}{np} \\ \eta_{ii} &= -\sigma - \frac{1-\sigma}{n} \\ \eta_{ij} &= -\frac{1-\sigma}{n} \end{aligned}} \quad \left.\begin{aligned} &\to 0 \\ &\to 0 \\ &\to -\sigma \\ &\to 0 \end{aligned}\right\} \text{as } n \uparrow \quad (\text{独占的競争})$$

企業の行動

生産：規模の経済

生産費用：$C = cq + F$

利潤：$\pi = (p-c)q - F$

利潤最大化１階条件：

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = q + (p-c)\frac{\partial q}{\partial p} = 0$$

$$p = \frac{\eta}{\eta-1}c \qquad \eta \equiv \frac{p}{q}\frac{\partial q}{\partial p}$$

$$p = c\frac{\sigma(n-1)+1}{(\sigma-1)(n-1)}$$

ゼロ利潤　$(p-c)q = F$

$$q = \frac{\sigma-1}{c}\frac{n-1}{n}F$$

財市場清算　$npq = Y$

$$n^* = 1 + \frac{1}{\sigma}\left(\frac{Y}{F} - 1\right)$$

$$p^* = \frac{\sigma c}{(\sigma-1)(1-F/Y)}$$

$$q^* = \frac{(\sigma-1)F(1-F/Y)}{c\{(\sigma-1)F/Y+1\}}$$

独占的競争モデル

$\begin{cases} \text{企業(バラエティ)の数} \rightarrow \text{mass} < \infty \\ \text{個々の企業：測度ゼロ（常に、数}=\infty\text{）} \end{cases}$

効用関数： $$U = \left(\int_0^n x(i)^\rho di\right)^{1/\rho}, \quad 0 < \rho < 1$$

予算制約： $$\int_0^n p(i)x(i)di = Y$$

$$\frac{\partial \ln P}{\partial \ln p_i} = 0$$

$\eta_{ii} = \sigma =$代替の弾力性

$\eta_{ij} = 0$　価格競争効果無し

i.e., 企業数に独立！

差別化の程度↑

⇩

独占力↑

⇩

価格マークアップ↑

$$\boxed{p^* = \frac{c\sigma}{\sigma-1} = \frac{c}{\rho}}$$

ゼロ利潤　$(p-c)q = F$

$$\boxed{x^* = \frac{\sigma-1}{c}F}$$

差別化の程度↓

⇩

マークアップ率↓

⇩

均衡産出量↑

財市場清算／予算制約

$$npx = Y \quad \begin{cases} p^* = \dfrac{c\sigma}{\sigma-1} \\ x^* = \dfrac{\sigma-1}{c}F \end{cases}$$

$$n^* = \frac{Y}{\sigma F}$$

企業数↑

⇩

所与の市場規模下でのシェア↓

<u>生産要素を労働のみとしてモデルを閉じる：</u>

総労働投入量： $\ell = cq + F$

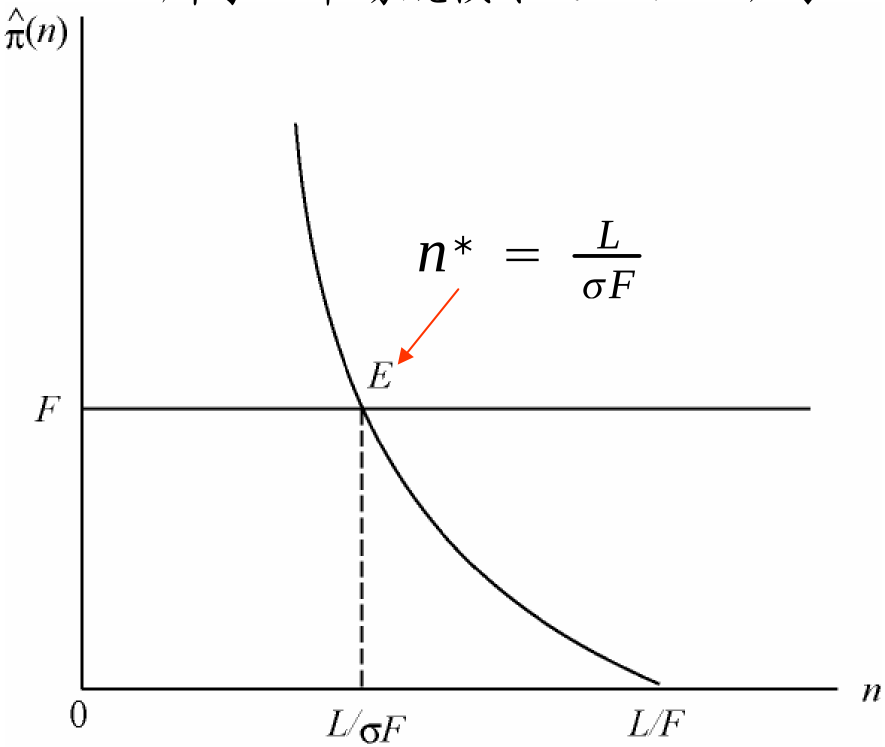
賃金率＝1： $Y = L$

完全雇用： $L = n(cq+F)$

$$q = \frac{1}{c}\left(\frac{L}{n} - F\right)$$

営業利潤：

$$\hat{\pi}(n) \equiv \underbrace{(p-c)}_{c\left[\frac{\sigma}{\sigma-1}-1\right]}q = \frac{1}{\sigma-1}(L/n - F)$$



代替的な解釈－中間財の多様性

最終財の生産関数： $X = \left(\int_0^n x(i)^{\rho} di\right)^{1/\rho}, \quad 0 < \rho < 1$

(CRS)

第 i 中間財投入量

$$X^* = (n^*)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} x^*$$

$$x^* = \frac{\sigma-1}{c} F$$

$$p^* = \frac{c\sigma}{\sigma-1}$$

$$n^* = \frac{L}{\sigma F}$$

$$P = n^{\frac{1}{1-\sigma}} p$$

一人当たり最終財消費量：

$$\begin{aligned}
\frac{X^*}{L} &= \frac{1}{L}\left(\frac{L}{\sigma F}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \frac{\sigma-1}{c} F \\
&= \left(\frac{L}{\sigma F}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \left(\frac{L}{\sigma F}\right)^{-1} \frac{\sigma-1}{\sigma c} \\
&= \frac{\sigma-1}{\sigma c}\left(\frac{L}{\sigma F}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \\
&= \frac{\rho}{c}\left(\frac{L}{\sigma F}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}
\end{aligned}$$

松山(1994)では
＝１に正規化

各人の生産性の上昇→Lの増加→nの増加→個人の消費量の増加

F.3. 独占的競争モデルの応用

小売店の空間集積

効用関数：

$$U(X_1, X_2) = \left[X_1^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + X_2^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

通り①のレストラン群　　　　通り②のレストラン群

$$X_r = \left[\int_0^{n_r} x_r(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$\varepsilon > \sigma > 1 \Rightarrow$

レストラン間の差別化の程度＞通り間の差別化の程度

⇓

店が集まっている場所に消費が集中する

地域内では対称

$$\frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2} = \frac{x_1}{x_2} \qquad \because\ \hat{\pi}_r = (p-c)x_r = \frac{c}{\sigma-1}x_r$$

$$= \frac{X_1}{X_2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \qquad \because\ X_r = n_r^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}x_r$$

$$= \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-\varepsilon}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \qquad \because\ \frac{X_1}{X_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-\varepsilon}\ \text{(効用最大化1階条件)}$$

$$= \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{\varepsilon-\sigma}{\sigma-1}} \qquad \because\ P_r = n^{\frac{1}{1-\sigma}}\frac{c\sigma}{\sigma-1}$$

レストラン数(バラエティ)が豊富な通りへ集中

($\varepsilon < \sigma \Rightarrow$ 対称に分散) ←地域に特性あり←1st nature?

経済発展の罠－economic development trap－

単一消費財 ⟵ 生産関数：

$$F(X,N)=\left[X^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}+N^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

IRS : “先進”技術

CRS : “伝統”技術

労働$\rightarrow N$

$$X=\left[\int_0^n x(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}di\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$\varepsilon>\sigma>1\Rightarrow$ 代替性の高い技術
(費用が安い方を採用)

コーディネーション必要

“先進”企業数	大	小
補完性	大	小
先進技術効率性	大	小
採用技術	先進型	伝統型
	先進化経済	停滞経済
		経済発展の罠

$$F(X,N)=\left[X^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}+N^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

費用最小化１階条件
労働賃金＝１

労働の相対需要：

$$\Phi(P)\equiv\frac{N}{X}=P^{\varepsilon}$$

対称性

$$N=P^{\varepsilon}n^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}x$$

完全雇用： $n(cx+F)+N=L$

$$x=\frac{L-nF}{cn+P^{\varepsilon}n^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}$$

営業利潤：

$$\boxed{\begin{aligned}\hat{\pi}(n)&=(p-c)x\\&=\frac{c}{\sigma-1}\frac{L-nF}{cn+\Phi\left(n^{\frac{1}{1-\sigma}}p\right)n^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}\end{aligned}}$$

$$=\frac{c}{\sigma-1}\frac{L-nF}{cn+\left(n^{\frac{1}{1-\sigma}}\frac{c\sigma}{\sigma-1}\right)^{\varepsilon}n^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}$$

$$=\frac{1}{\sigma-1}\frac{L-nF}{n+kn^{\frac{\sigma-\varepsilon}{\sigma-1}}}$$

>0

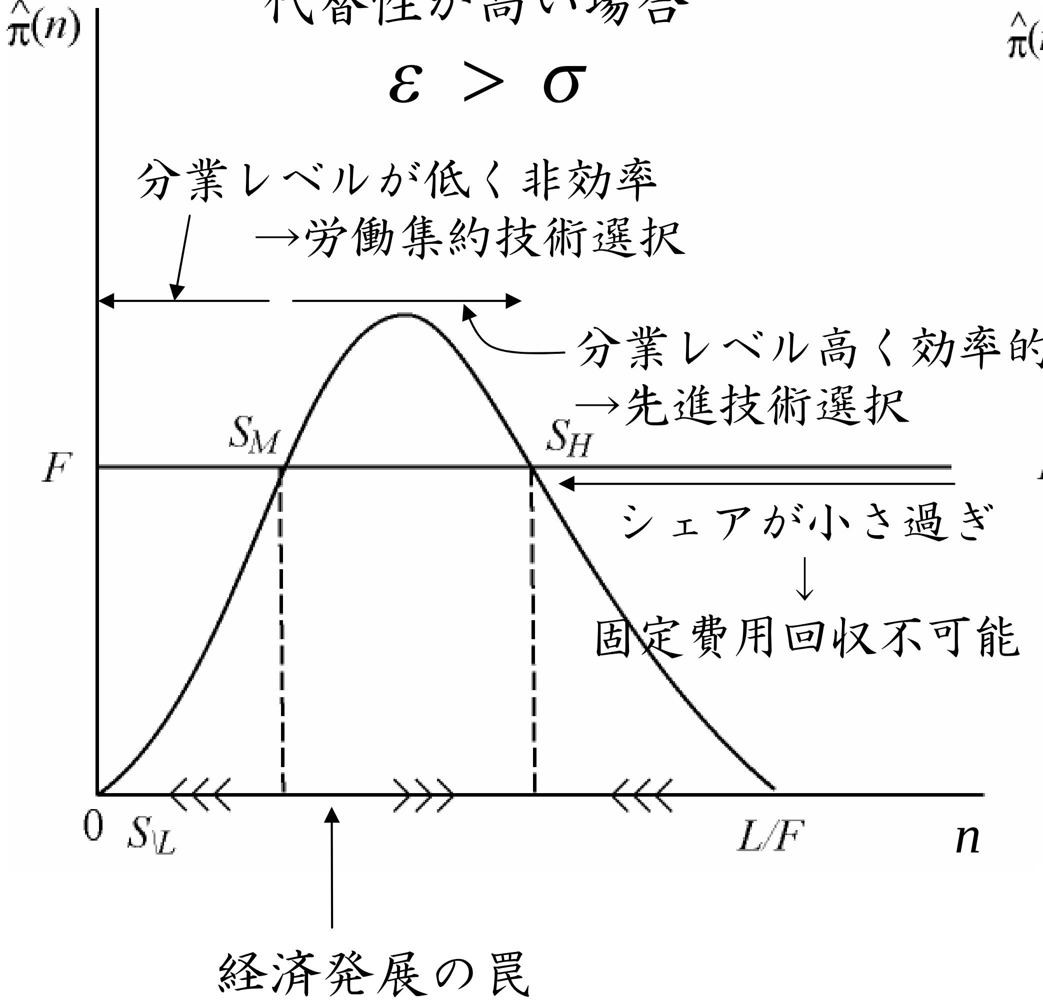
労働集約的技術
(常に一定の生産性)

ＶＳ

中間財を用いる先進技術
(多様性↑→生産性向)

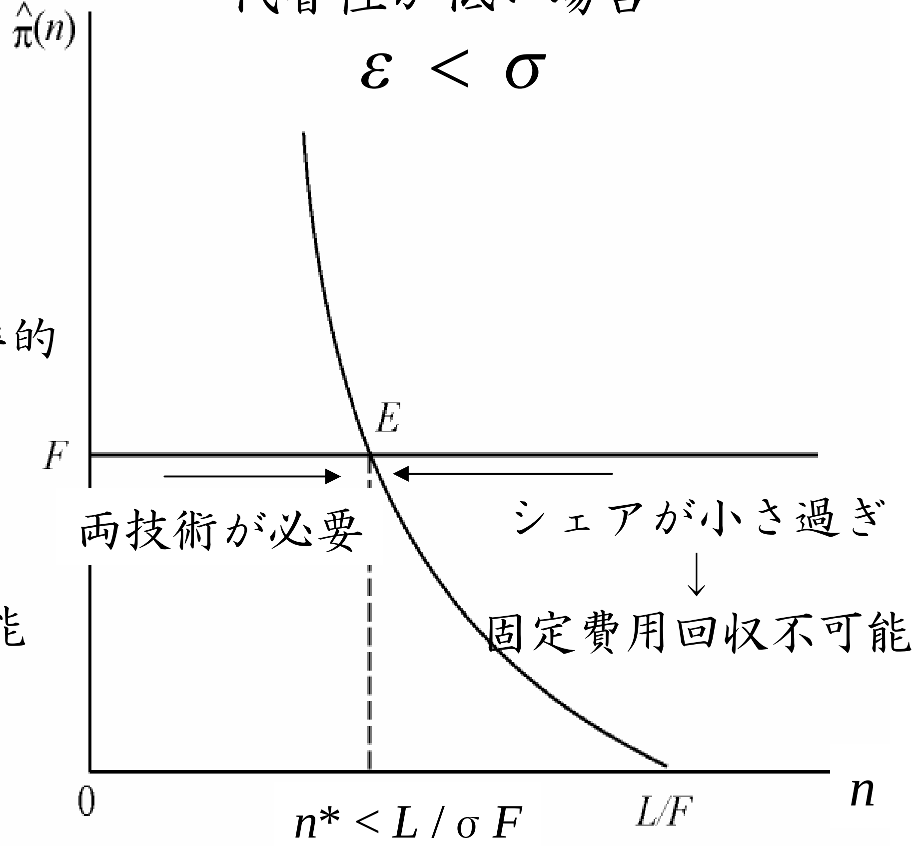
代替性が高い場合

$\varepsilon > \sigma$



代替性が低い場合

$\varepsilon < \sigma$



注）効用水準の大小は二つの技術における労働生産性の
違いに依存する

↓ 労働生産性に関する仮定
中間財多様性が拡大する動学モデル

“先進技術”均衡→高効用水準
“伝統的技術”均衡→低効用水準

幼稚産業保護...

規模の経済の存在

→必ずしも自由貿易は自国の厚生を改善しない

効用関数：コブ＝ダグラス型 ⇒ 両財不可欠

$$C_A^{\alpha} C_B^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

IRS : 工業財　　CRS：伝統財

$$X = \left[\int_0^n x(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

N

労働投入
(賃金＝１)

自給自足経済：両財の生産

自由貿易経済：比較優位のある産業に特化

労働生産性大 → 市場大

工業品支出シェア大 → 市場大

市場大 → バラエティ大

固定費用小 → バラエティ大

バラエティ大 → 補完性大

自給自足経済

効用関数： $C_A^{\alpha} C_B^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$

効用最大化１階条件： $\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{N}{X} = P$

労働の相対需要： $\Phi(P) \equiv \frac{N}{X} = (\frac{1}{\alpha} - 1)P$

完全雇用：

$$n(cx + F) + N = L$$

営業利潤： $\hat{\pi}(n) = \frac{c}{\sigma-1}\frac{L-nF}{cn+\Phi\left(n^{\frac{1}{1-\sigma}}p\right)n^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}$

対称性：

$$P = n^{\frac{1}{1-\sigma}}p$$

$$= \frac{c}{\sigma-1}\frac{L-nF}{cn+\underbrace{(1/\alpha-1)\underbrace{n^{1/(1-\sigma)}\frac{c\sigma}{\sigma-1}}_{P = n^{\frac{1}{1-\sigma}}p}}_{\Phi(P)}n^{\sigma/(\sigma-1)}}$$

$$\therefore\ \hat{\pi}(n) = \frac{\alpha}{\sigma-\alpha}\left\{\frac{L}{n} - F\right\}$$

$$\hat{\pi}(n) = F$$

両財不可欠

貿易の自由化

小国開放経済

世界価格

$$e.g., P^{w} = 1$$

中間財バラエティが十分大 …小

$P < 1$　$P > 1$

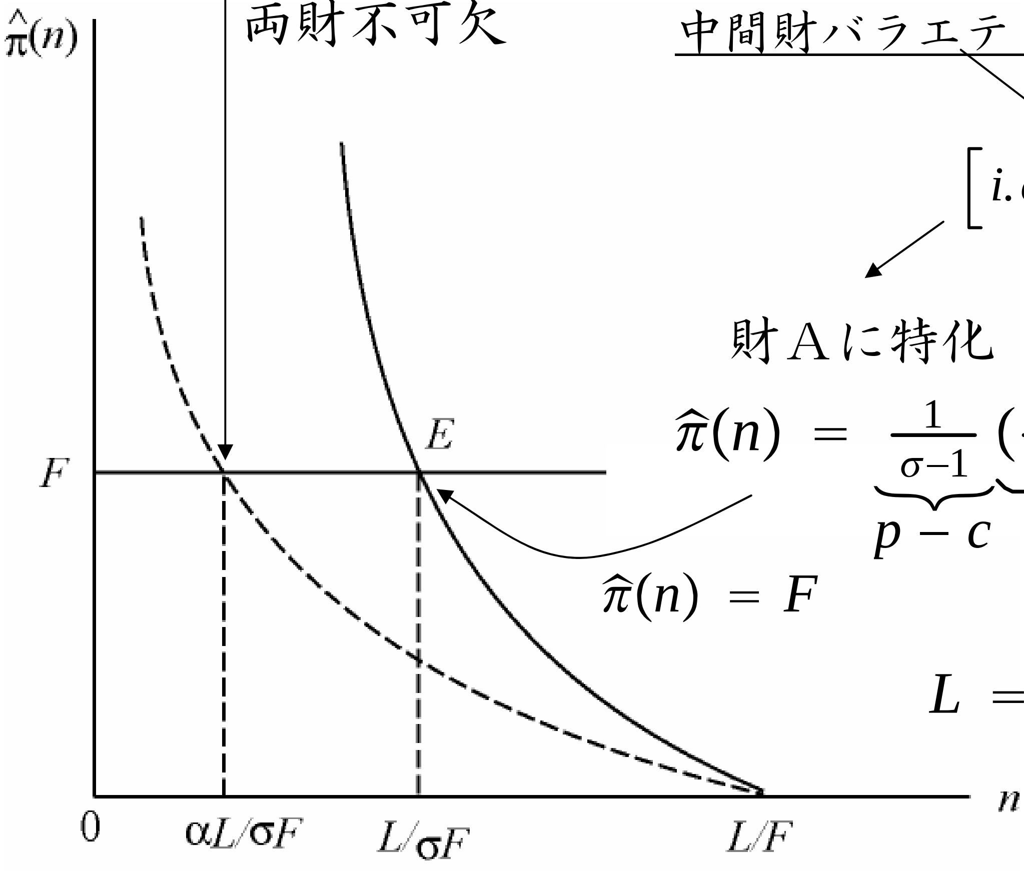
$$\left[i.e., \frac{\alpha L}{\sigma F} > \underbrace{p^{\sigma-1}}_{\text{閾値}}\right] \quad \left[i.e., \frac{\alpha L}{\sigma F} < p^{\sigma-1}\right]$$

財Ａに特化　財Ｂに特化

$$\hat{\pi}(n) = \underbrace{\frac{1}{\sigma-1}}_{p-c}\underbrace{\left(\frac{L}{n} - F\right)}_{x}$$

$$n = 0$$

経済発展の罠



$$\hat{\pi}(n) = F$$

$$L = n(cx + F)$$

持続的成長：学習効果・知識スピルオーバー効果の導入

差別化財生産の固定費用：

$$F \longrightarrow \frac{F}{n^{\lambda}}$$

学習効果・
知識のスピルオーバー
(ただし、メカニズムはBlack box)

完全雇用条件：$L = n\left(cx + \frac{F}{n^{\lambda}}\right)$

営業利潤：

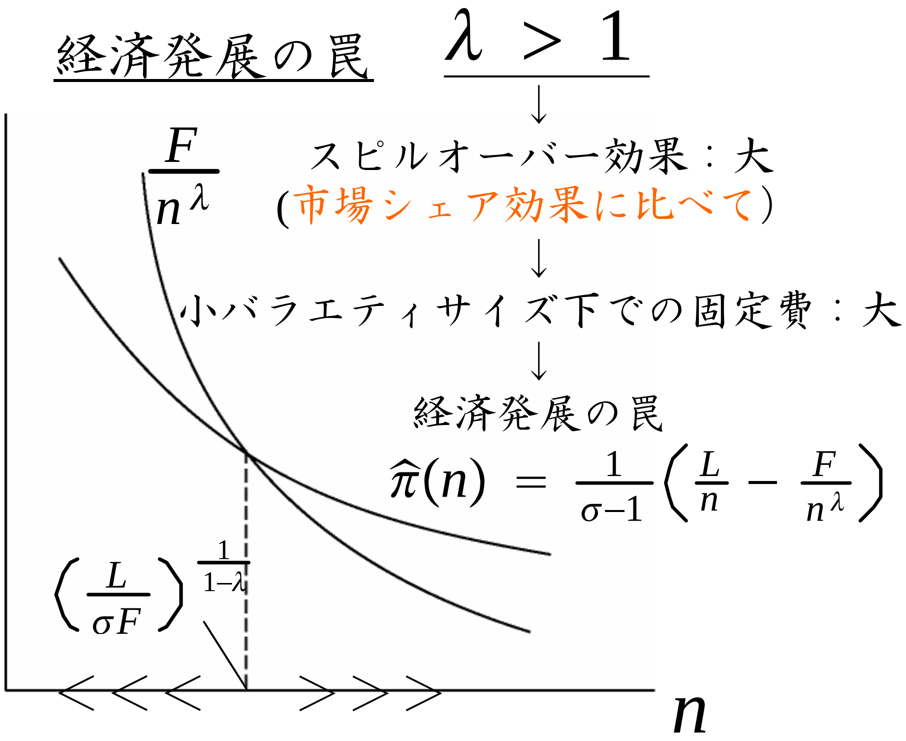
$$\hat{\pi}(n) = \frac{1}{\sigma-1}\left(\frac{L}{n} - \frac{F}{n^{\lambda}}\right) \geq \frac{F}{n^{\lambda}}$$

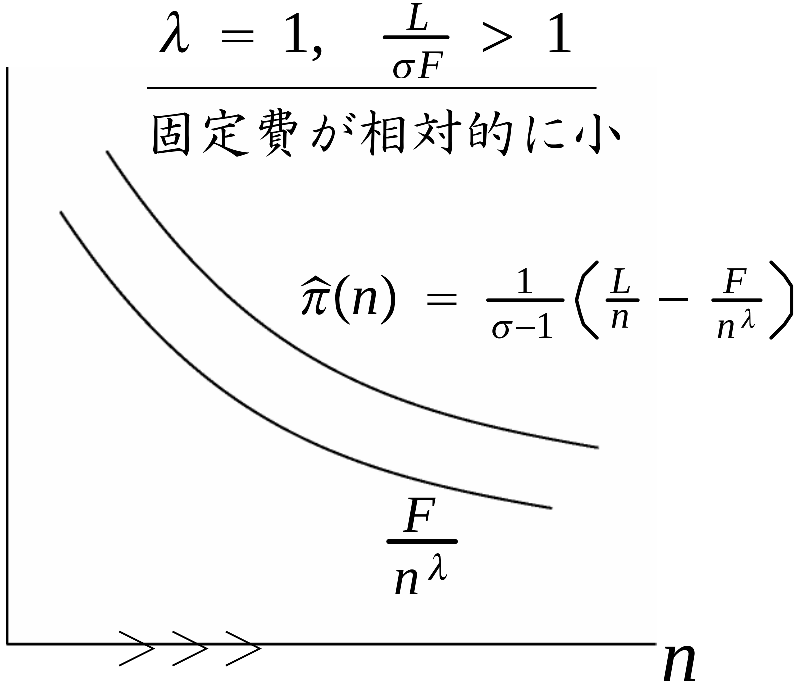
新規参入条件：

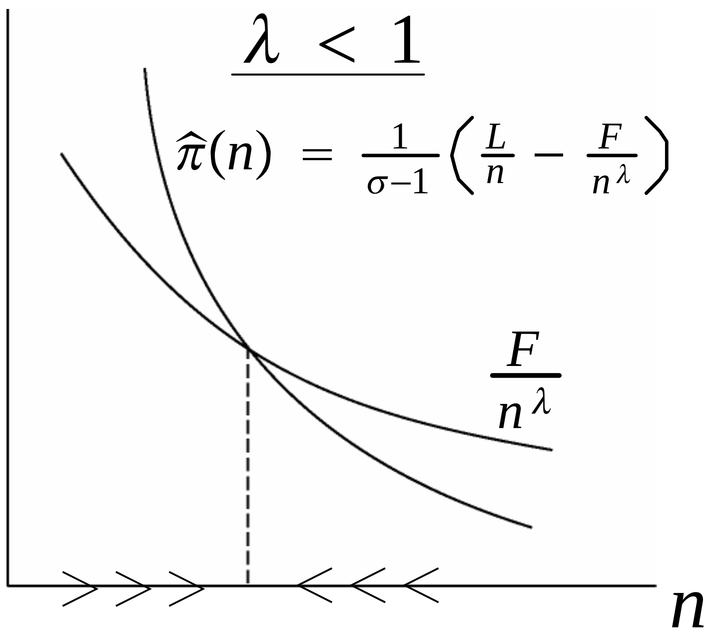
$$\frac{L}{\sigma F} \geq n^{\underline{1-\lambda}}$$

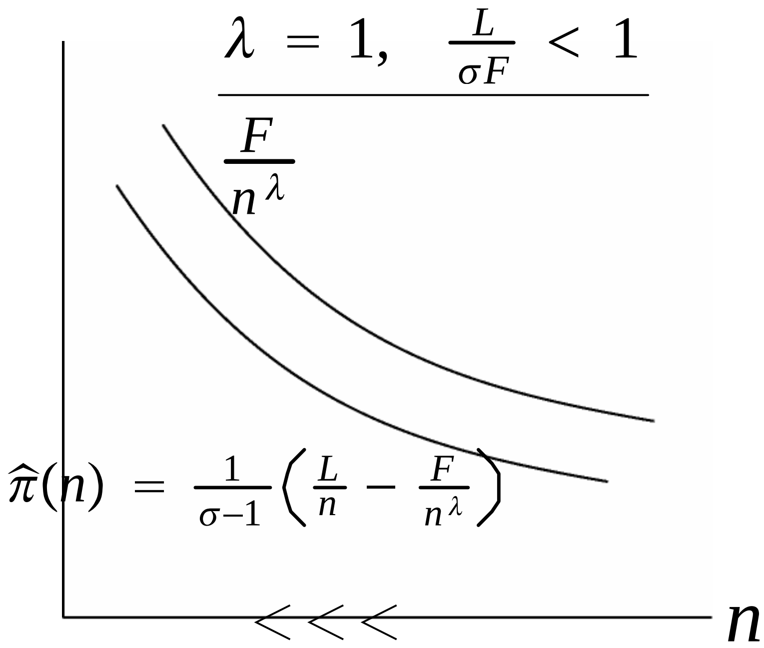
$\lambda = 1$が critical value

$$\begin{cases} \lambda > 1 \Rightarrow n > \text{閾値} \rightarrow \text{参入} \\ \lambda < 1 \Rightarrow n < \text{閾値} \rightarrow \text{参入} \end{cases}$$


経済発展の罠
$\lambda > 1$
スピルオーバー効果：大
(市場シェア効果に比べて)
小バラエティサイズ下での固定費：大
経済発展の罠
$\frac{F}{n^{\lambda}}$
$\hat{\pi}(n) = \frac{1}{\sigma-1}\left(\frac{L}{n} - \frac{F}{n^{\lambda}}\right)$
$\left(\frac{L}{\sigma F}\right)^{\frac{1}{1-\lambda}}$
n


$\lambda = 1,\ \frac{L}{\sigma F} > 1$
固定費が相対的に小
$\hat{\pi}(n) = \frac{1}{\sigma-1}\left(\frac{L}{n} - \frac{F}{n^{\lambda}}\right)$
$\frac{F}{n^{\lambda}}$
n


$\lambda < 1$
$\hat{\pi}(n) = \frac{1}{\sigma-1}\left(\frac{L}{n} - \frac{F}{n^{\lambda}}\right)$
$\frac{F}{n^{\lambda}}$
n


$\lambda = 1,\ \frac{L}{\sigma F} < 1$
$\frac{F}{n^{\lambda}}$
$\hat{\pi}(n) = \frac{1}{\sigma-1}\left(\frac{L}{n} - \frac{F}{n^{\lambda}}\right)$
n

持続的成長：試験室装置モデル－the lab equipment model－

$$\text{最終財} \longleftarrow \text{労働}$$

最終財： $X = \left[\int_0^n x(i)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} di \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$

中間財バラエティ

$$\text{中間財} \begin{cases} \text{消費財} \\ \text{中間財} \end{cases}$$

生産費用： $C = cq + PF$

労働投入

中間財(最終財)投入

バラエティサイズ $\uparrow \Rightarrow P \downarrow$

完全雇用：$L = ncx$

$$x = \frac{L}{cn}$$

$$\hat{\pi}(n) = (p - c)x$$

新規参入条件：

$$\hat{\pi}(n) = \frac{1}{n}\frac{L}{\sigma - 1} \geq \underbrace{\underbrace{n^{\frac{1}{1-\sigma}} \frac{c\sigma}{\sigma - 1}}_{P} F}_{\text{固定費}}$$

$$\frac{L}{c\sigma F} \geq n^{\frac{2-\sigma}{1-\sigma}}$$

σ＝２が critical value

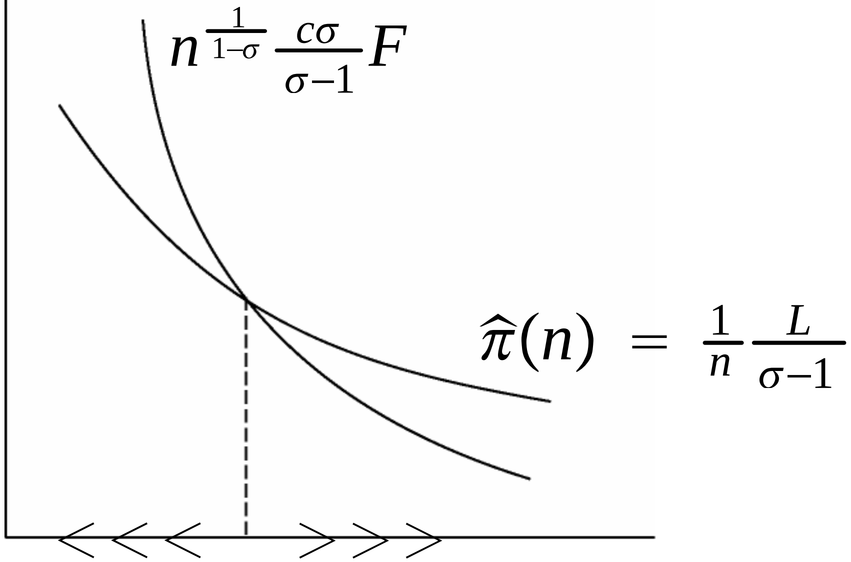
$$\begin{cases} \sigma < 2 \Rightarrow n > \text{閾値} \rightarrow \text{参入} \\ \sigma > 2 \Rightarrow n < \text{閾値} \rightarrow \text{参入} \end{cases}$$

外部経済 ↗ as σ ↘

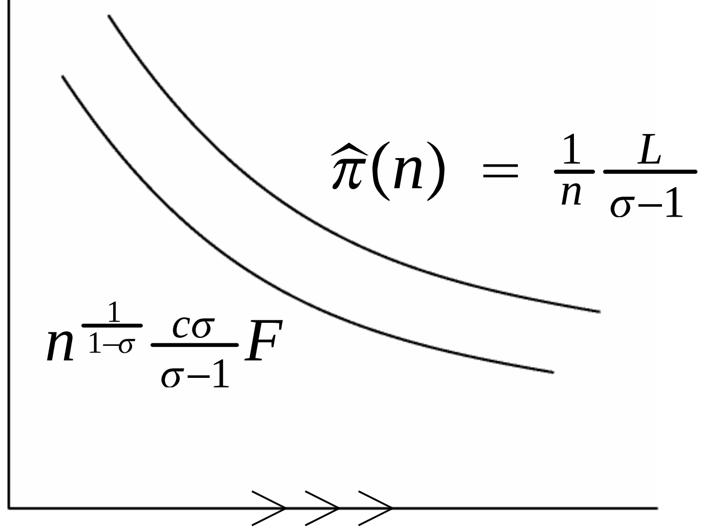
↓

固定費減少効果

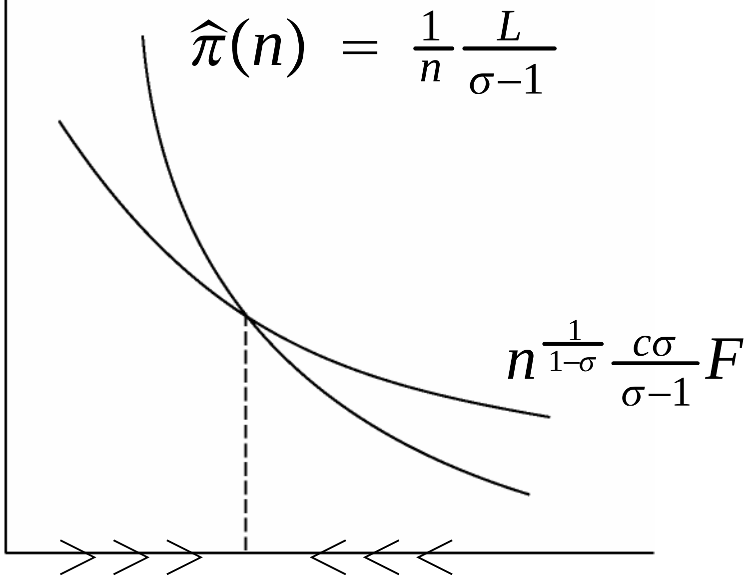
$\underline{\sigma < 2}$



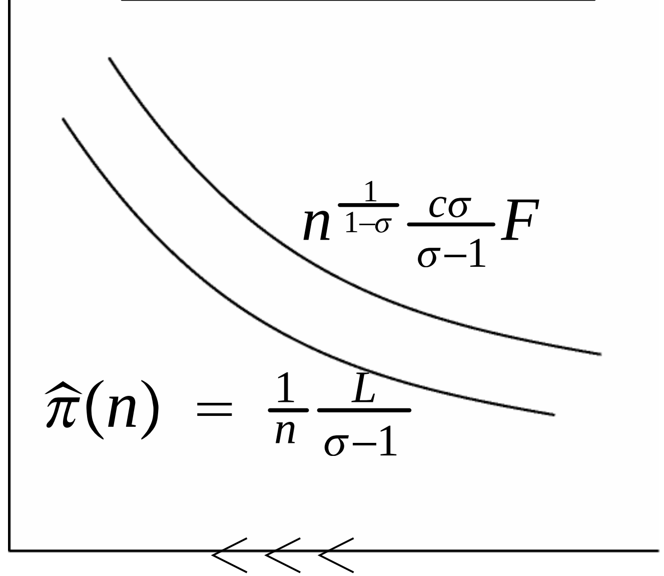
$\underline{\sigma = 2, \quad \frac{L}{c\sigma F} > 1}$



$\underline{\sigma > 2}$



$\underline{\sigma = 2, \quad \frac{L}{c\sigma F} < 1}$



F.4. その他の独占的競争モデル

１． Vives/Ottaviano-Tabuchi-Thisseモデル

効用関数：準線形効用関数＋サブ効用関数＝２次凹関数

$$U = \alpha \int_0^n x(i)di - \frac{\beta-\gamma}{2} \int_0^n x(i)^2 di - \frac{\gamma}{2}\left\{\int_0^n x(i)di\right\}^2 + x_0$$

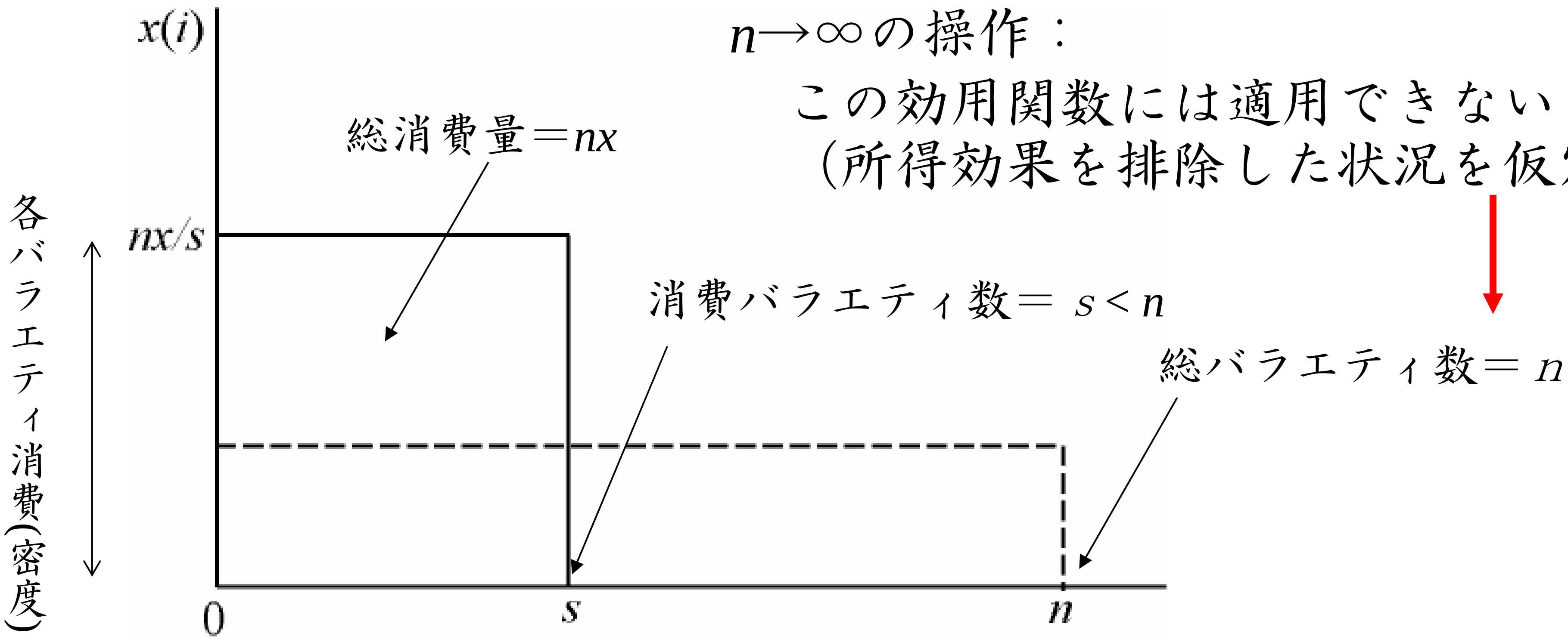
差別化財

合成財(ニューメレール)

$\alpha > 0$ ：差別化財に対する消費性向

$\beta > \gamma > 0$ ：多様性嗜好

$\beta > \gamma > 0$ ：多様性嗜好



$n \to \infty$の操作：
この効用関数には適用できない
(所得効果を排除した状況を仮定)

$$U = \alpha \int_0^s \frac{nx}{s} di - \frac{\beta - \gamma}{2} \int_0^s \left(\frac{nx}{s}\right)^2 di - \frac{\gamma}{2} \left\{ \int_0^s \left(\frac{nx}{s}\right) di \right\}^2 + x_0$$

$$= \alpha nx - \frac{\beta - \gamma}{2s} n^2 x^2 - \frac{\gamma}{2} n^2 x^2 + x_0$$

$\beta > \gamma \Longleftrightarrow \dfrac{\partial U}{\partial s} > 0$ $\to s = n$ にて効用は最大化

消費者の行動

予算制約： $\int_0^n p(i)x(i)di + x_0 = y + \overline{x}_0$

x_0 について解く

Endowment!!!

x_0 について解いて 効用関数に代入

$$\max_{x(i),\, i\in[0,n]} U = \alpha \int_0^n x(i)di - \frac{\beta-\gamma}{2}\int_0^n x(i)^2 di - \frac{\gamma}{2}\left\{\int_0^n x(i)di\right\}^2 - \int_0^n p(i)x(i)di + y + \overline{x}_0$$

効用最大化１階条件

$$\alpha - (\beta-\gamma)x(i) - \gamma\left\{\int_0^n x(j)dj\right\} = p(i)$$

全バラエティ $i \in [0, n]$ で集計

$$\alpha n - (\beta-\gamma)X - \gamma nX = P$$

$$X \equiv \int_0^n x(i)di \qquad P \equiv \int_0^n p(i)di$$

Xについて解く

$$X = \frac{\alpha n - P}{\beta + (n-1)\gamma}$$

$$\alpha - (\beta - \gamma)x(i) - \gamma\left\{\int_0^n x(j)dj\right\} = p(i)$$

$$\boxed{x(i) = a - (b + cn)p(i) + cP}$$

所得効果無し

ただし

$$\begin{cases} a \equiv \dfrac{\alpha}{\beta + (n-1)\gamma} \\ b \equiv \dfrac{1}{\beta + (n-1)\gamma} \\ c \equiv \dfrac{\gamma}{\beta - \gamma}\dfrac{1}{\beta + (n-1)\gamma} \end{cases}$$

企業の行動

各バラエティの生産費用：固定費用のみ ϕ ← 労働投入

至福点で消費(所得効果なし)→
限界費用は本質的な意味を持たない

完全雇用：$n = \frac{L}{\phi}$ ← 総労働者数

利潤： $\pi = p(i)\underbrace{\{a - (b + cn)p(i) + cP\}}_{x(i)}L - \phi w$ ← 賃金率

$$\frac{\partial \pi}{\partial p(i)} = 0$$

$$a - (b + cn)p(i) + cP - (b + cn)p(i) = 0$$

$$p^* = \frac{a}{2b+cn} \longrightarrow p^* = \frac{a}{2b+cL/\phi}$$

価格競争効果／競争促進効果（pro-competitive effect)

均衡

$$
\begin{aligned}
x^* &= a-(b+cn)p^*+cP^* \\
&= a-(b+2cn)p^* \qquad \because\ P^* = np^* \\
&= a\left(1-\frac{b+2cn}{2b+cn}\right) \qquad \because\ p^* = \frac{a}{2b+cn} \\
&= a\frac{b-cn}{2b+cn} \\
x^* &= \underline{a\frac{b-cL/\phi}{2b+cL/\phi}} \qquad \because\ n = \frac{L}{\phi}
\end{aligned}
$$

所得効果なし

ゼロ利潤：$w^* = \frac{1}{\phi}\underbrace{Lp^*x^*}$ 各企業の総セールス

$$
= \frac{L}{\phi}(b-cL/\phi)\left(\frac{a}{2b+cL/\phi}\right)^2
$$

２． Behrens-Murataモデル

効用関数 $$U = \int_0^n \{k - \kappa e^{-\alpha x(i)}\} di$$

$$\begin{cases} \alpha > 0 \\ k \geq \kappa > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u(0) = k - \kappa \geq 0 \\ u' > 0 \\ u'' < 0 \end{cases}$$

多様性嗜好　消費総量を固定：$\overline{X} \equiv nx$

$$\downarrow$$

$$U = n\left(k - \kappa e^{-\alpha \frac{\overline{X}}{n}}\right)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = k - \kappa e^{-\alpha \frac{\overline{X}}{n}}\left(1 + \alpha \frac{\overline{X}}{n}\right) \geq 0$$

消費者の行動

予算制約： $\int_0^n p(i)x(i)di = Y$

効用最大化FOC：

$$u'(x(i)) = u'(x(j))\frac{p(i)}{p(j)}$$

$$x(i) = (u')^{-1}\left[u'(x(j))\frac{p(i)}{p(j)}\right]$$

$$= \underbrace{x(j) + f\left[\frac{p(i)}{p(j)}\right]}$$

加法的準分離可能－additively quasi-separable

Dixit-Stiglitzの場合：

$$x(i) = x(j)\left(\frac{p(j)}{p(i)}\right)^{\sigma}$$

multiplicatively quasi-separable

$$\varphi(xy) = \varphi(x) + \varphi(y)$$

⇒加法的分離可能－additively separable

$$x(i) = x(j) - \underbrace{\frac{1}{\alpha}}_{f}\ln\left(\frac{p(i)}{p(j)}\right)$$

需要関数の導出

$$x(i) = x(j) - \frac{1}{\alpha}\ln\left(\frac{p(i)}{p(j)}\right)$$

$$x(i)p(j) = p(j)x(j) - \frac{1}{\alpha}p(j)\ln\left(\frac{p(i)}{p(j)}\right)$$ ：両辺に$p(j)$をかける

$$x(i)\int_0^n p(j)dj = \int_0^n p(j)x(j)dj - \frac{1}{\alpha}\int_0^n p(j)\ln\left(\frac{p(i)}{p(j)}\right)dj$$ ：両辺jについて積分

$$x(i)P = \int_0^n p(j)x(j)dj - \frac{P}{\alpha}\int_0^n \left\{\frac{p(j)}{P}\ln\left(\frac{p(i)}{p(j)}\right)\right\}dj \qquad \boxed{\because\ P \equiv \int_0^n p(j)dj}$$

$$\therefore\ x(i) = \frac{Y}{P} - \frac{1}{\alpha}\left\{\ln\left(\frac{p(i)}{P}\right) - \int_0^n \frac{p(j)}{P}\ln\left(\frac{p(j)}{P}\right)dj\right\} \qquad \because\ Y = \int_0^n p(j)x(j)dj$$

$$\downarrow$$

$$\eta(i) \equiv -\frac{p(i)}{x(i)}\frac{\partial x(i)}{\partial p(i)} = \frac{1}{\alpha x(i)}$$ ：市場シェア↓⇒価格弾力性↑

競争促進効果

企業の行動

生産費用(労働投入量）： $\ell = cq + F$

利潤： $\pi(i) = Lx(i)(p(i) - cw) - Fw$

総労働者数(＝消費者数)　賃金率

利潤最大化： $\dfrac{\partial \pi(i)}{\partial p(i)} = 0$

対称性： $p(i) = p(j)$

均衡価格： $p = cw + \dfrac{\alpha Y}{n}$

$n \rightarrow \infty$ で競争価格に収束

競争促進効果

需要の価格弾力性： $\eta = 1 + cw\dfrac{n}{\alpha Y}$

均衡

$Y = w$ （総労働量＝1）

各バラエティ需要量

$$x(i) = \frac{w}{np}$$

利潤：$\pi(i) = Lx(i)(p(i) - cw) - Fw$

$$\pi = w\left\{L\frac{p-cw}{np} - F\right\}$$

$\because\ p = cw + \frac{\alpha Y}{n}$

$$\therefore\ \pi = w\left\{\frac{\alpha L}{(\alpha+cn)n} - F\right\}$$

企業数nの増加 ⟶ $1/n^2$ のオーダーで減少

Dixit-Stiglitz型：

$1/n$のオーダーで減少

$$\pi(n) = \frac{1}{\sigma-1}\left(\frac{L}{n} - F\right) - F$$

OTTモデル：

$1/n$オーダー以下の影響

（∵所得効果の不在）

$$x = a - bp$$

$$\pi(n) = \phi n(b - cn)\left(\frac{a}{2b+cn}\right)^2 - \phi$$

$(w \equiv 1)$

$\downarrow$

自由参入⇒ゼロ利潤：

$$n = \frac{\sqrt{4\alpha cFL+(\alpha F)^2}-\alpha F}{2cF} > 0$$

人口 L の増加

$\longrightarrow \sqrt{L}$ のオーダーで
バラエティ増加

競争促進効果
↓
企業の退出

Dixit-Stiglizモデルの場合：

$n^* = \dfrac{L}{\sigma F}$：人口∝バラエティ数

e.g., 「経済統合」
貿易の自由化は必ずしも両国に利益をもたらさない
(小国の差別化財産業が消滅する可能性もある)