§E. ヘクシャー＝オリーン・モデル

国間で
- 同一生産技術
- 要素賦存比率の差異

→ 技術的には同様水準な国間での貿易

・２×２×２モデルの均衡を導出する
・小国開放経済モデルの比較静学

基本文献

均衡の導出：「統合経済アプローチ：Integrated economy approach」

① Dixit-Norman (1980)
② Helpman-Krugman (1985)

要素賦存量・生産財価格に関する比較静学

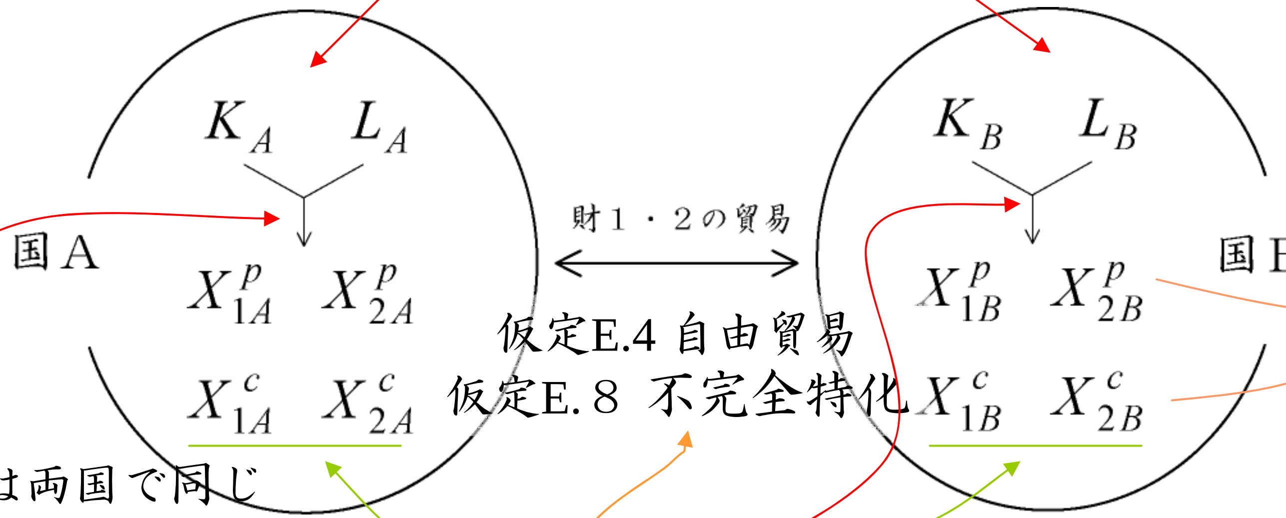
① Jones (1965)
② 伊藤・大山(1985)

E.1 仮定

貿易
↓
各国で生産量≠消費量

仮定E.1 ２×２×２
仮定E.2 完全競争

仮定E.3 要素賦存量所与
仮定E.5 要素の国際移動不可



仮定E.4 自由貿易
仮定E.８ 不完全特化

仮定E.6 生産関数は両国で同じ
(i) ＣＲＳ
(ii) 強い意味の凹関数
(iii) 生産には各要素が必要

仮定E.7 効用関数は全消費者で同じ
(i) ホモセティック
(ii) 強い意味の準凹関数
(→各消費財の限界効用：正)
(iii) 各財の消費が不可欠

－要素賄存比率に極端な差異→完全特化
－不完全特化→要素価格均等化（i.e.,比較優位無し）
←発展水準の似た国間の「水平貿易」のメカニズム
－集計度の高い産業レベルでの貿易

統合経済アプローチ

統合経済：要素が(仮想的に)国際移動自由とする

⇩

統合経済の均衡の存在・一意性

⇩

(要素が移動不可な)国際経済の均衡＝
(生産・消費の配分を除いて)統合経済の均衡

⇩

国際経済の均衡の存在・一意性

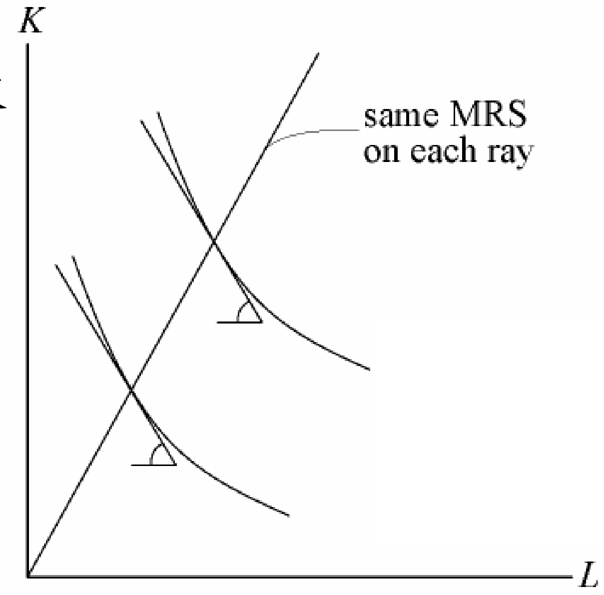
仮定E.6 生産関数は両国で同じ

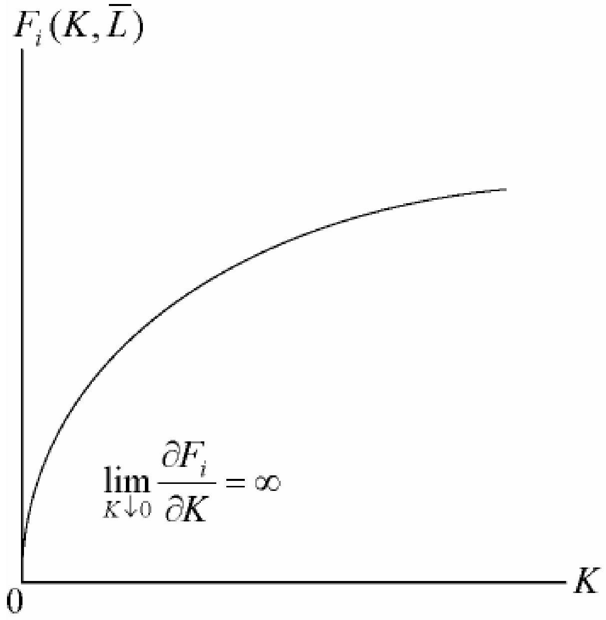
(i)　ＣＲＳ

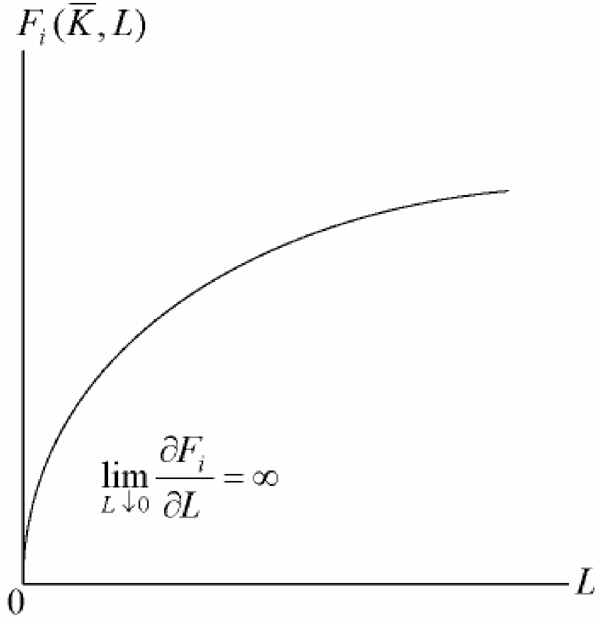
(ii) 強い意味の凹関数

(iii) 生産には各要素が必要

１次同次



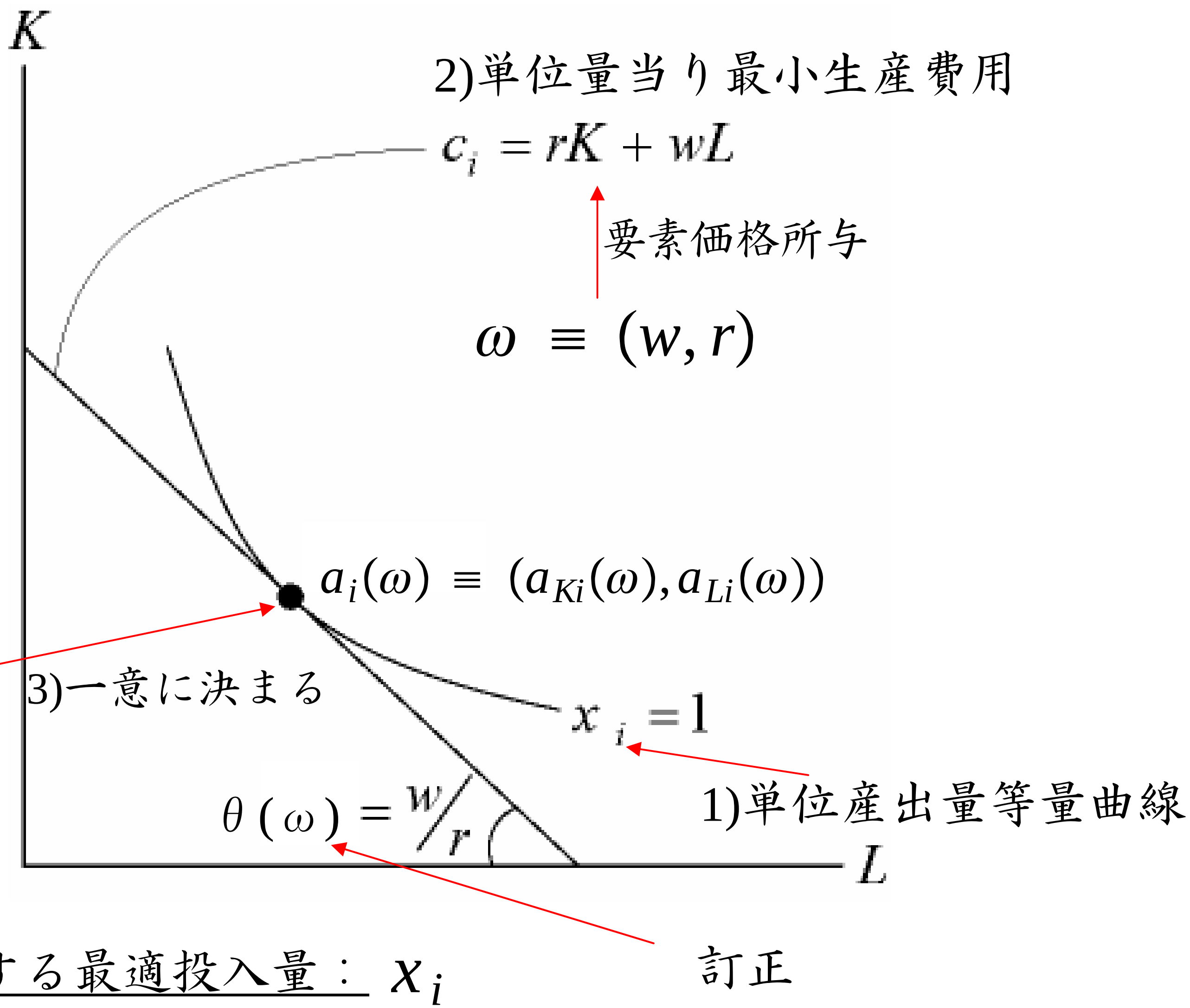




投入係数

$$\min_{K,L} c_i = rK + wL$$

$$s.t. \quad F_i(K,L) = 1$$



任意の産出量に対する最適投入量： x_i

$$(a_{Ki}(\omega), a_{Li}(\omega)) x_i$$

単位所得当り需要関数

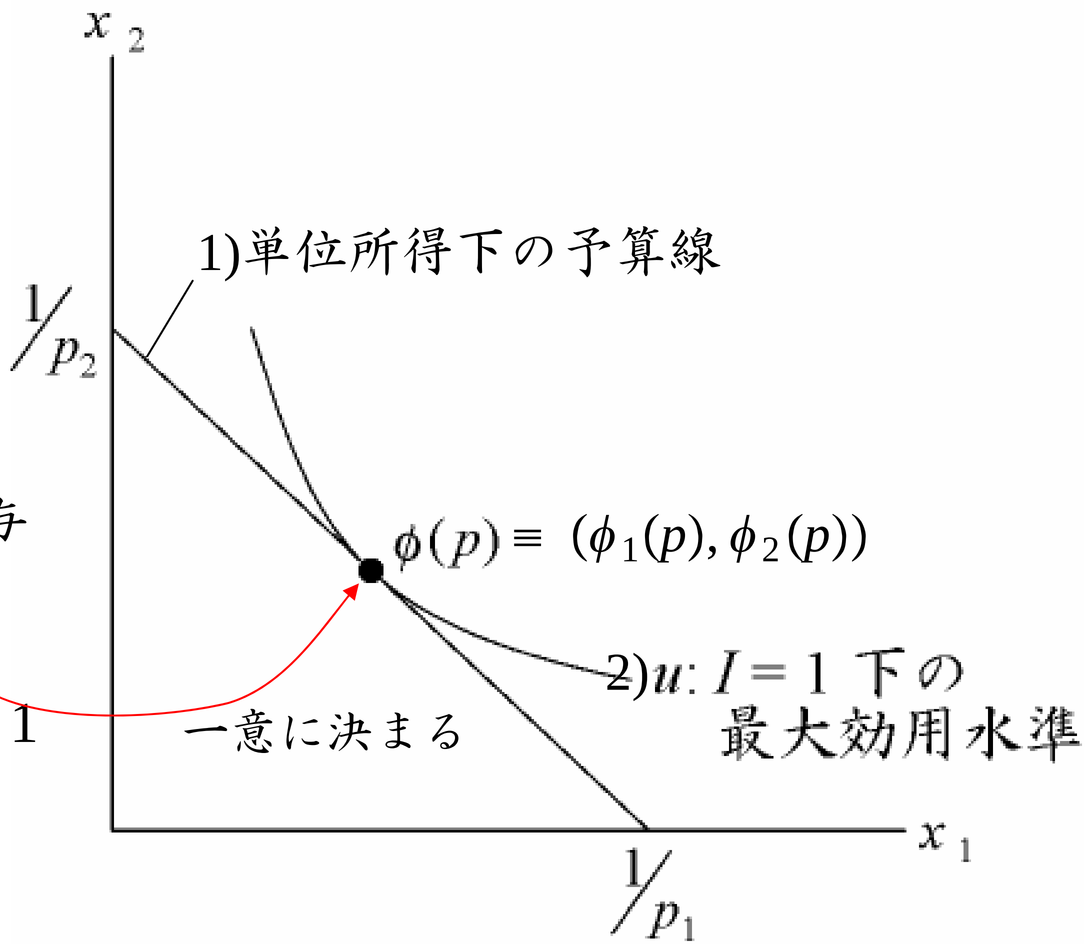
仮定E.7 効用関数は全消費者で同じ

(i) ホモセティック
(ii) 強い意味の準凹関数
(iii) 各財の消費が不可欠

財価格所与

$$\max U(x_1, x_2)$$

$$s.t. \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = 1$$



任意所得水準下の需要関数

$$\phi(p)I$$

$$\boxed{p_1, p_2 > 0}$$

$$p_1 = 0$$

$$\Rightarrow x_1^C = \infty$$

$$\because \frac{\partial U}{\partial x_i^C} > 0$$

$$\Rightarrow x_1^P = \infty$$

$$\boxed{r_A, w_A, r_B, w_B > 0}$$

$$w_A = 0$$

$$\Rightarrow L_{iA} = \infty$$

$$\because \frac{\partial F_i(K_{iA}, L_{iA})}{\partial L_{iA}} > 0$$

×資源制約

仮定E.8不完全特化

仮定E.2 完全競争→ゼロ利潤

$$x_{ij}^P > 0 \Rightarrow p_i = c_i(\omega_j)$$

$$i = 1, 2; j = A, B$$

平均生産費用

定義E.1 世界均衡 Ver.1

$$\left.\begin{array}{l} \text{生産物価格}：p \equiv (p_1, p_2) \\ \text{生産要素価格}：\omega_j \equiv (r_j, w_j) \\ \text{生産量}：x_j^P = (x_{1j}^P, x_{2j}^P) \\ \text{消費量}：x_j^C = (x_{1j}^C, x_{2j}^C) \end{array}\right\}$$

１３未知変数
(価格は相対値のみ決定)

生産費用最小化

(i) 資源制約
(4式)

$$\begin{pmatrix} a_{K1}(\omega_j) \\ a_{L1}(\omega_j) \end{pmatrix} x_{1j}^P + \begin{pmatrix} a_{K2}(\omega_j) \\ a_{L2}(\omega_j) \end{pmatrix} x_{2j}^P = \begin{pmatrix} K_j \\ L_j \end{pmatrix}$$

ワルラス法則

14式
↓
13式有効

(ii) 効用最大化
(4式)

$$x_j^C = (\phi_1(p), \phi_2(p)) I_j \quad (I_j \equiv p_1 x_{1j}^P + p_2 x_{2j}^P)$$

単位所得下の
効用最大化需要

(iii) 財市場清算
(2式)

$$x_A^P + x_B^P = x_A^C + x_B^C$$

(iv) ゼロ利潤
(4式)

$$p_i = c_i(\omega_A) = c_i(\omega_B)$$

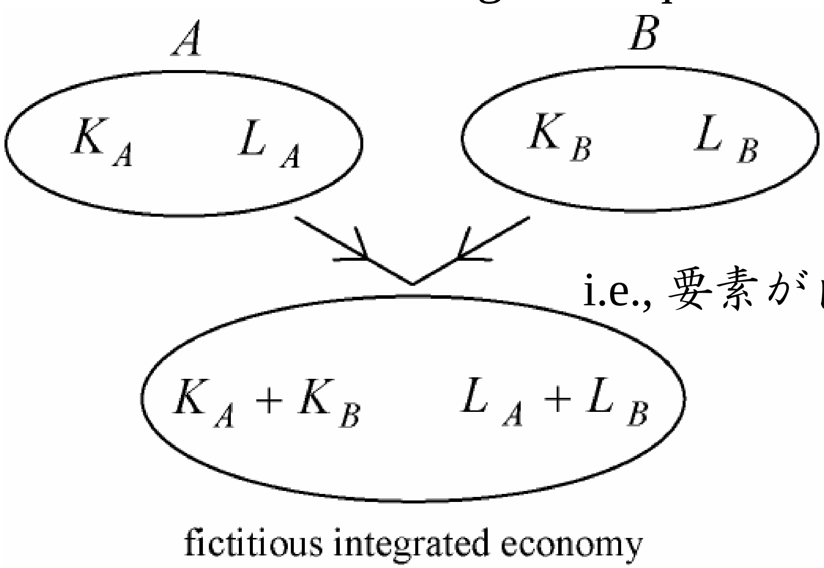
世界均衡導出の手順

Step 1

要素価格均等化定理 ⇐ 単位価値等量曲線－unit-value isoquant
不完全特化

Step 2

統合経済均衡－integrated equilibriumn－の存在と一意性



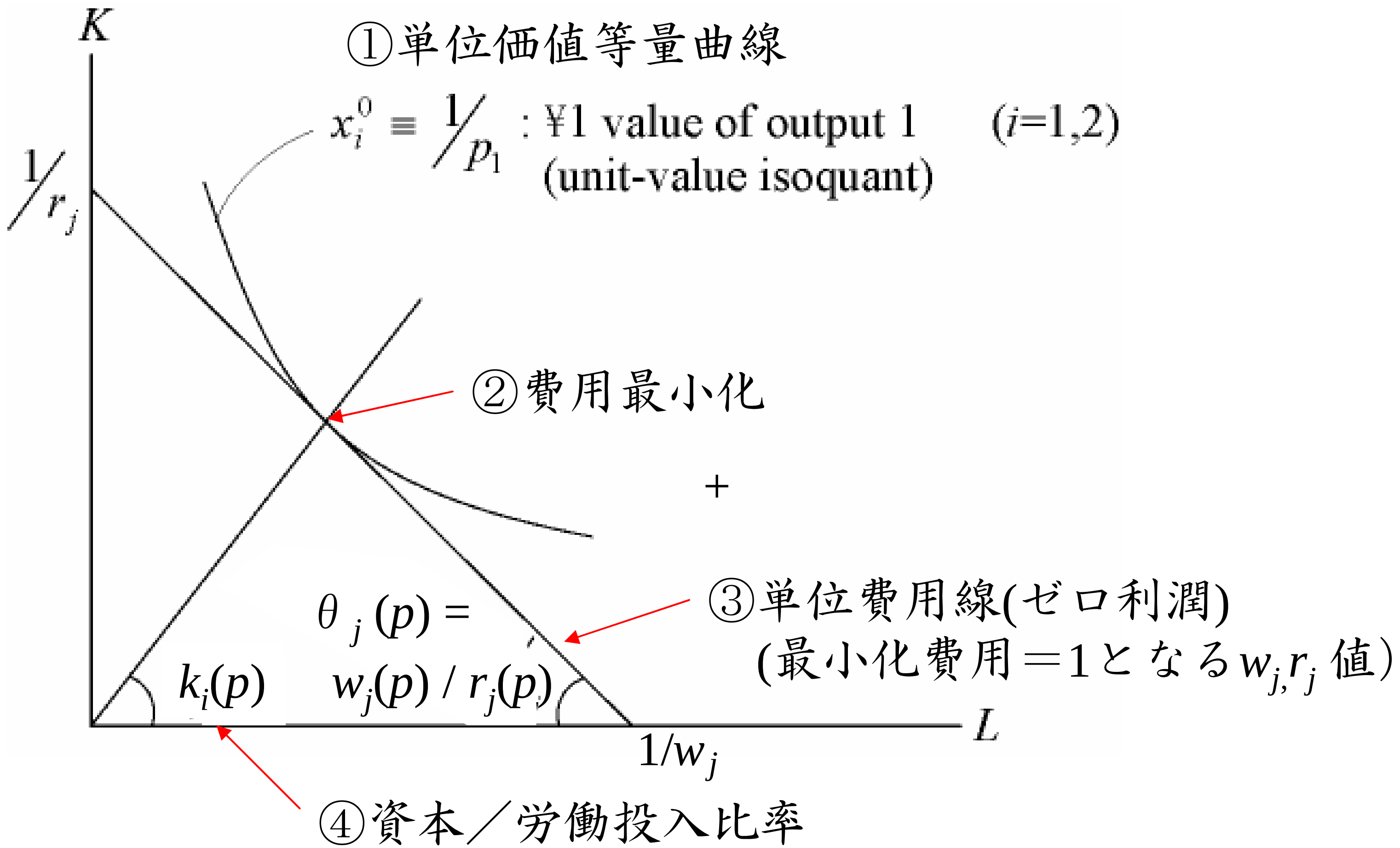
i.e., 要素が自由に移動可

Step 3　世界均衡の存在と一意性（←世界均衡と統合経済均衡の一致）

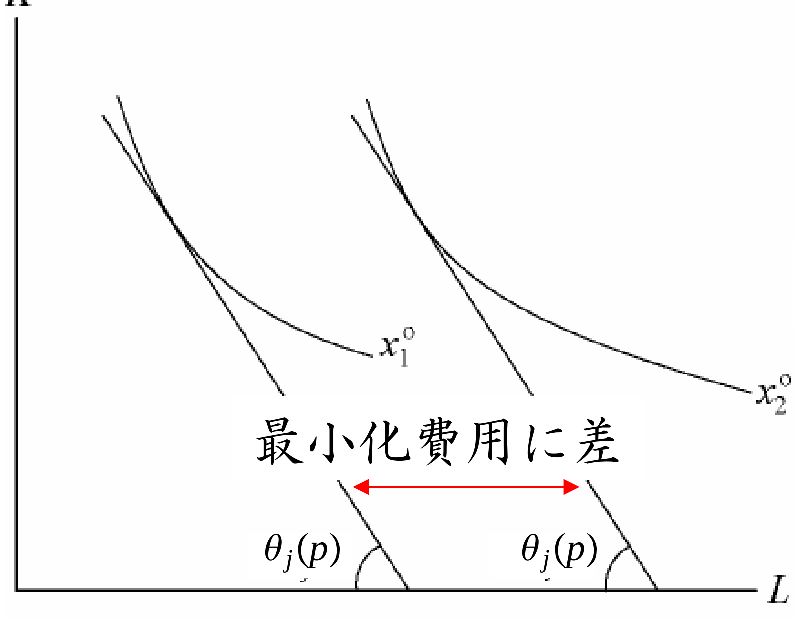
Step 4　生産・消費・貿易パターン・貿易の利益

Step 1　要素価格均等化定理

要素価格の決定（国IDは省略)



完全特化の場合



(a)

↓

$c_{1j} < c_{2j}$

↓

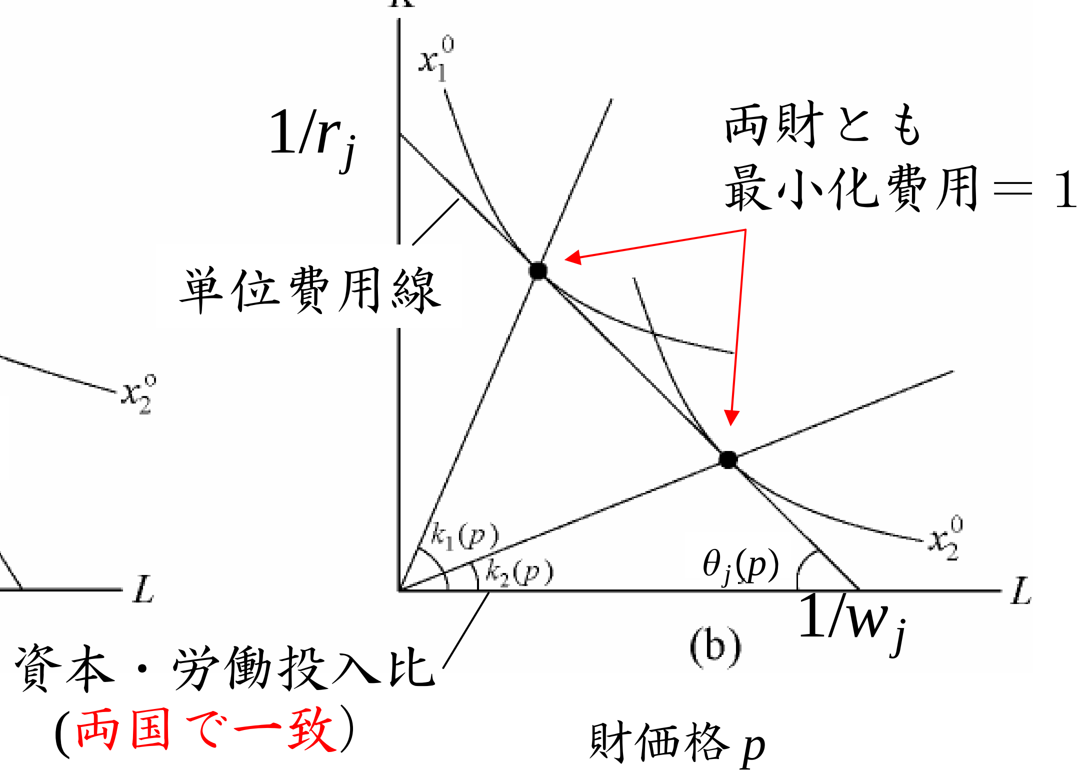
生産財単位価値当り利潤：

$$\pi_{1j} = 1 - c_{1j} > \pi_{2j} = 1 - c_{2j}$$

↓

均衡において財２は生産されない

不完全特化の場合



(b)

財価格 p

↓ 不完全特化

両財の単位価値等量曲線と
等費用線が接するように
(w,r)が調整

↓

$\theta(p)$の決定

↓ ゼロ利潤

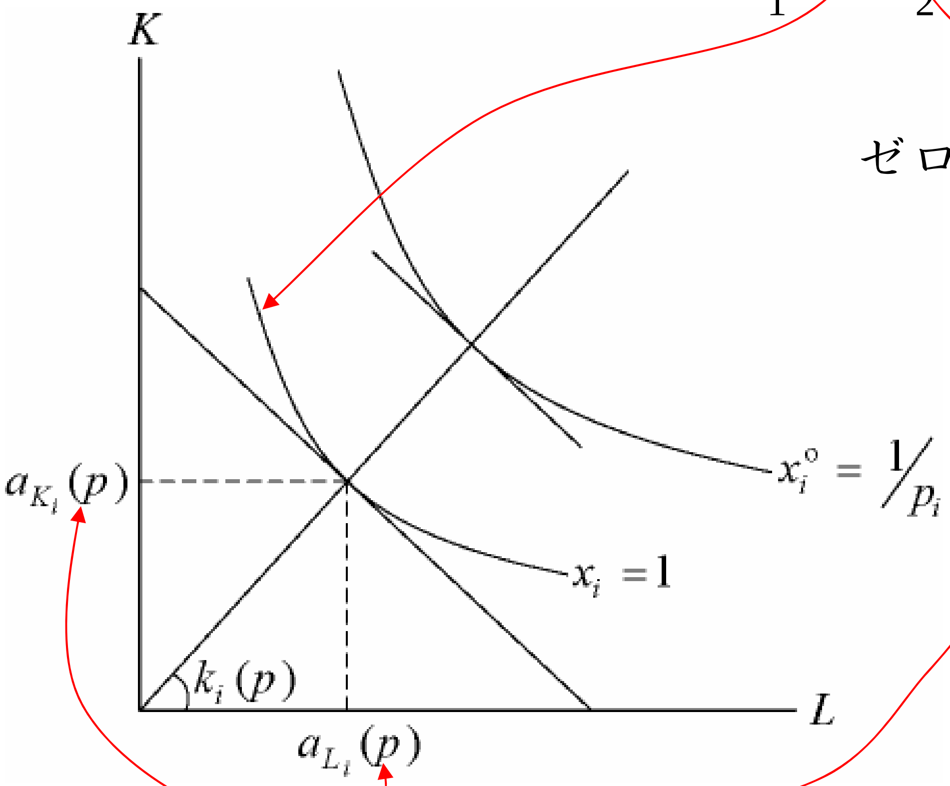
費用水準が１になるように(w,r)を調整

補題E.1(要素価格・投入量比の一致)

$$\left\{\begin{array}{l}\text{生産財の世界価格}\,p\,\text{所与}\\ \text{不完全特化}\end{array}\right. \xrightarrow[\text{生産技術}]{\text{同一の}} \left\{\begin{array}{l}(\theta(p)\equiv)\dfrac{w_A}{r_A} = \dfrac{w_B}{r_B}\\ k_i(p) \equiv \dfrac{a_{Ki}(p)}{a_{Li}(p)}\end{array}\right.$$

要素価格の導出

$$x_1^P = x_2^P = 1$$



ゼロ利潤条件：

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{K1}(p) & a_{L1}(p) \\ a_{K2}(p) & a_{L2}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ w \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} r \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{K1}(p) & a_{L1}(p) \\ a_{K2}(p) & a_{L2}(p) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} r \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{K1}(p) & a_{L1}(p) \\ a_{K2}(p) & a_{L2}(p) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

$$|A| \equiv \begin{vmatrix} a_{K1}(p) & a_{L1}(p) \\ a_{K2}(p) & a_{L2}(p) \end{vmatrix}$$

$$= a_{K1}a_{L2} - a_{K2}a_{L1}$$

$$= a_{L1}a_{L2}\left(\underbrace{\frac{a_{K1}}{a_{L1}}}_{k_1(p)} - \underbrace{\frac{a_{K2}}{a_{L2}}}_{k_2(p)}\right)$$

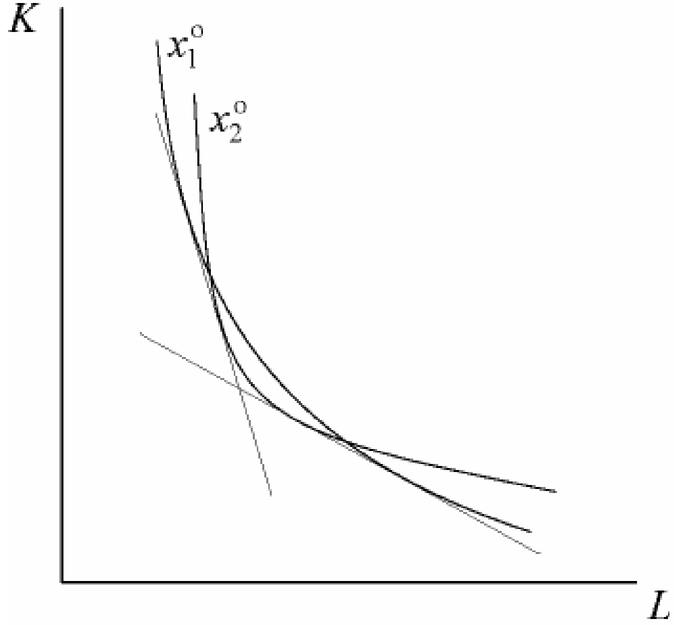
要素集約度の逆転がなければ常に非ゼロ

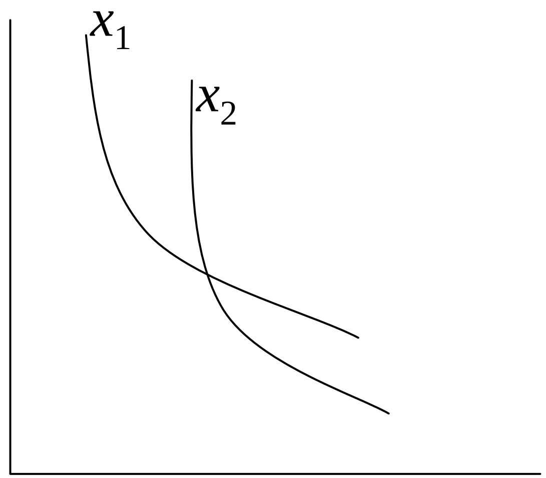
仮定E.9 (要素集約度の非逆転)

$$k_1(p) > k_2(p) \quad \forall p > 0$$

財１は(相対的に)資本集約的

要素集約度が逆転する場合





$$\begin{pmatrix} r \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{K1}(p) & a_{L1}(p) \\ a_{K2}(p) & a_{L2}(p) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{一意に決定}}$$

p_1, p_2

$$\omega_j(p) \equiv r_j(p), w_j(p)$$

両国は同じ生産技術・
同じ世界価格 p に直面

$$\omega_A(p) = \omega_B(p) = \omega(p)$$

定理E.1(要素価格均等化定理－Factor price equalization theorem)

$$w_A = w_B, \quad r_A = r_B$$

定義E.1 世界均衡 Ver.1

$$\left.\begin{array}{l} \text{生産物価格}：p \equiv (p_1, p_2) \\ \text{生産要素価格}：\omega_j \equiv (r_j, w_j) \\ \text{生産量}：x_j^P = (x_{1j}^P, x_{2j}^P) \\ \text{消費量}：x_j^C = (x_{1j}^C, x_{2j}^C) \end{array}\right\}$$

１３未知変数
(価格は相対値のみ決定)

ワルラス法則

生産費用最小化

(i) 資源制約
(4式)

$$\begin{pmatrix} a_{K1}(\omega_j) \\ a_{L1}(\omega_j) \end{pmatrix} x_{1j}^P + \begin{pmatrix} a_{K2}(\omega_j) \\ a_{L2}(\omega_j) \end{pmatrix} x_{2j}^P = \begin{pmatrix} K_j \\ L_j \end{pmatrix}$$

14式
↓
13式有効

(ii) 効用最大化
(4式)

$$x_j^C = (\phi_1(p), \phi_2(p)) I_j \quad (I_j \equiv p_1 x_{1j}^P + p_2 x_{2j}^P)$$

(iii) 財市場清算
(2式)

$$x_A^P + x_B^P = x_A^C + x_B^C$$

(iv) ゼロ利潤
(4式)

$$p_i = c_i(\omega_A) = c_i(\omega_B)$$

定義E.2 世界均衡 Ver.2

仮定E.1～9

↓

世界均衡

未知変数：９

- 生産物価格：$p \equiv (p_1, p_2)$
- 生産要素価格$\boxed{: \omega(p) \equiv (r(p), w(p))}$
- 生産量：$x_j^P \equiv \left(x_{1j}^P, x_{2j}^P\right)$
- 消費量：$x_j^C \equiv \left(x_{1j}^C, x_{2j}^C\right)$

要素価格均等化

Ver.1の(i)+(iv)

- 利潤最大化
- ゼロ利潤
- 資源制約

(i) 資源制約（４式）

$$\begin{pmatrix} a_{K1}(p) \\ a_{L1}(p) \end{pmatrix} x_{1j}^P + \begin{pmatrix} a_{K2}(p) \\ a_{L2}(p) \end{pmatrix} x_{2j}^P = \begin{pmatrix} K_j \\ L_j \end{pmatrix}$$

(ii) 効用最大化（４式）

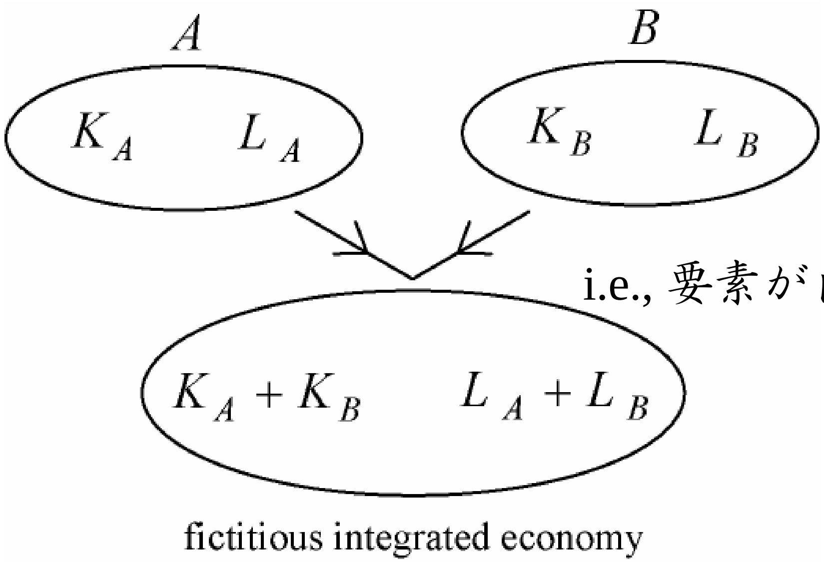
$$x_j^C = (\phi_1(p), \phi_2(p)) I_j \qquad I_j \equiv p_1 x_{1j}^P + p_2 x_{2j}^P$$

(iii) 財市場清算（２式）

$$x_A^P + x_B^P = x_A^C + x_B^C$$

Step 2

統合経済均衡－integrated equilibrium－の定義



i.e., 要素が自由に移動可

(i) 資源制約式⇒

$$\begin{pmatrix} a_{K1}(\omega) \\ a_{L1}(\omega) \end{pmatrix} \underbrace{(x_{1A}^P + x_{1B}^P)}_{x_1^P} + \begin{pmatrix} a_{K2}(\omega) \\ a_{L2}(\omega) \end{pmatrix} \underbrace{(x_{2A}^P + x_{2B}^P)}_{x_2^P} = \begin{pmatrix} K_A + K_B \\ L_A + L_B \end{pmatrix}$$

定義E.3 統合経済均衡 Ver.1

$$
\text{7 未知変数}\left\{
\begin{array}{l}
\text{生産物価格}: p \equiv (p_1, p_2) \\
\text{生産要素価格}: \omega \equiv (r, w) \\
\text{生産量}: x^P \equiv (x_1^P, x_2^P) \\
\text{消費量}: x^C \equiv (x_1^C, x_2^C)
\end{array}
\right.
$$

(i) 資源制約
（２式）

$$
\begin{pmatrix} a_{K1}(\omega) \\ a_{L1}(\omega) \end{pmatrix} x_1^P + \begin{pmatrix} a_{K2}(\omega) \\ a_{L2}(\omega) \end{pmatrix} x_2^P = \begin{pmatrix} K_A + K_B \\ L_A + L_B \end{pmatrix}
$$

(ii) 効用最大化 $x^C = (\phi_1(p), \phi_2(p)) I_W \quad I_W \equiv p_1 x_1^P + p_2 x_2^P$
（２式）

(iii) 財市場清算 $x^P = x^C \quad (i.e., x_i^P = x_i^C, i = 1,2)$
（２式）

(iv) ゼロ利潤 $p_j = r a_{Ki}(\omega) + w a_{Li}(\omega)$
（２式）

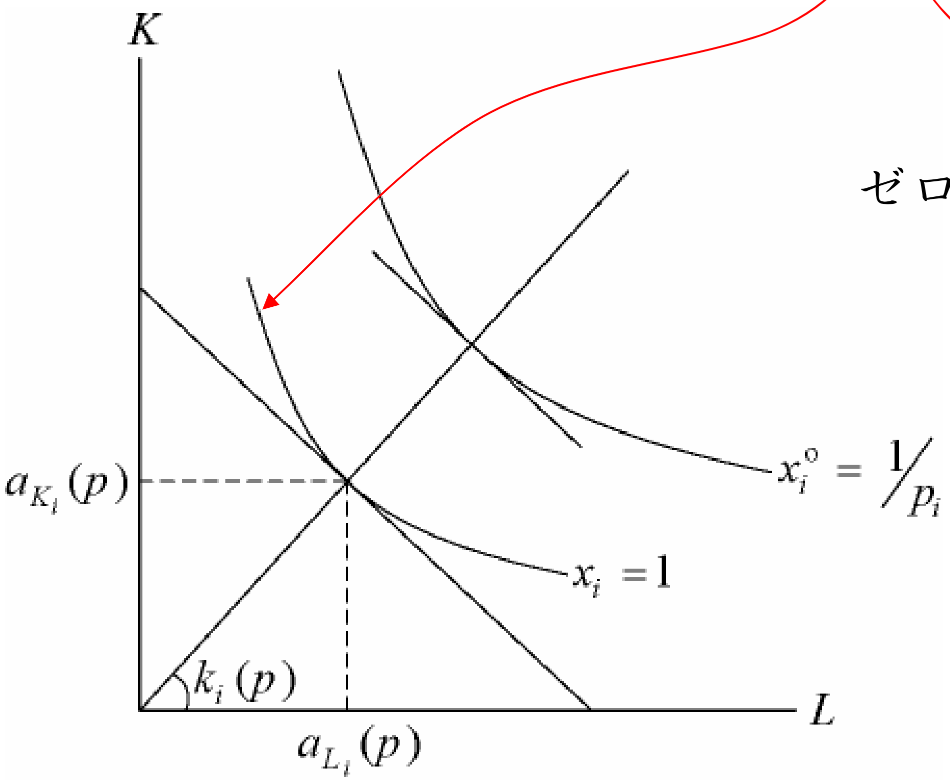
（注：仮定E.7(消費者選好)により均衡では両財が生産される。）

補題E. 1 (要素価格・投入量比の一致)

$\begin{cases} \text{生産財の世界価格} p \text{所与} \\ \text{不完全特化} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} (\theta(p) \equiv) \frac{w_A}{r_A} = \frac{w_B}{r_B} \\ k_i(p) \equiv \frac{a_{Ki}(p)}{a_{Li}(p)} \end{cases}$

と同じ要領で、

$$x_1^P = x_2^P = 1$$

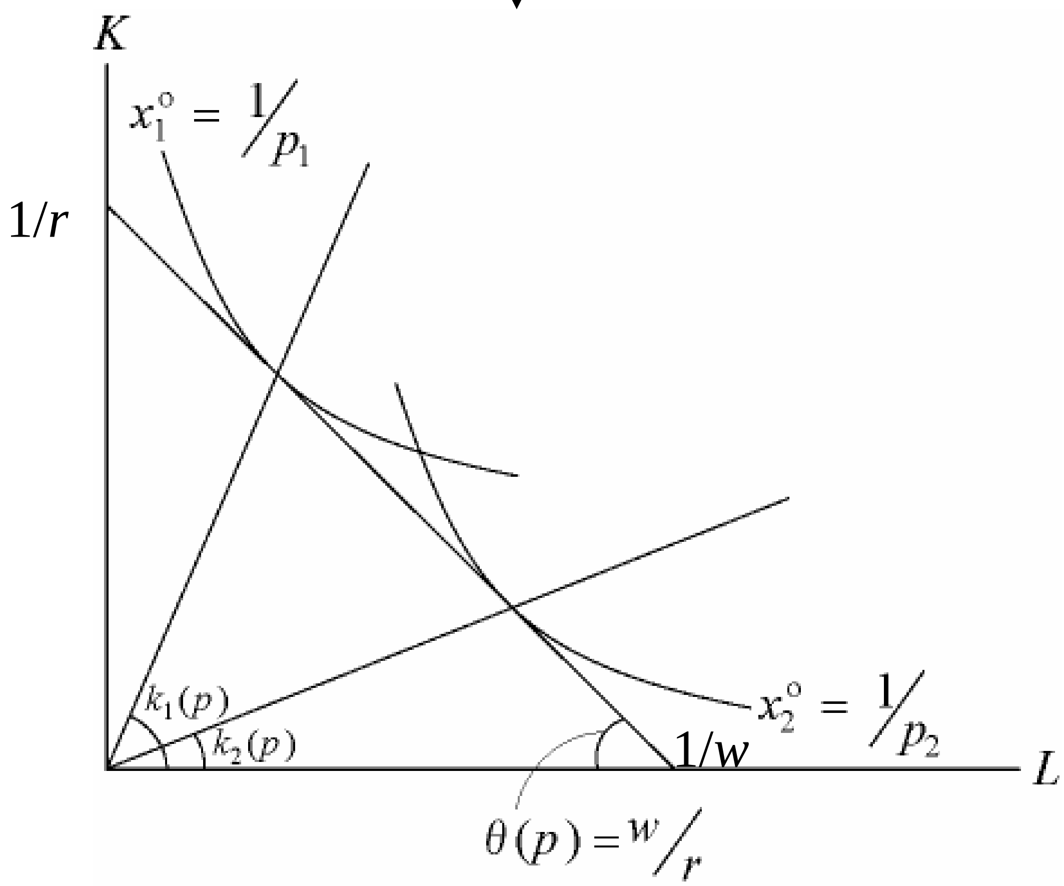


ゼロ利潤：

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{K1}(p) & a_{L1}(p) \\ a_{K2}(p) & a_{L2}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ w \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} r \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{K1}(p) & a_{L1}(p) \\ a_{K2}(p) & a_{L2}(p) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

仮定E.9 要素集約度の非逆転



(iii) 財市場清算　　x_i^C　(ii) 効用最大化

$$x_i^P = \phi_i(p)\underbrace{(p_1 x_1^P + p_2 x_2^P)}_{\text{世界の総所得：}I_w}$$

$$\Updownarrow$$

世界総産出量比＝ $\dfrac{x_1^P}{x_2^P} = \dfrac{\phi_1(p)}{\phi_2(p)}$ ＝単位所得当り需要量比

下⇒上の証明

$$x_1^P - \phi_1(p)(p_1 x_1^P + p_2 x_2^P) = \frac{\phi_1(p)}{\phi_2(p)}x_2^P - \phi_1(p)\left(p_1\frac{\phi_1}{\phi_2}x_2^P + p_2 x_2^P\right) \quad \because\ x_1^P = \frac{\phi_1}{\phi_2}x_2^P$$

$$= \frac{\phi_1}{\phi_2}x_2^P\underbrace{(1 - p_1\phi_1 - p_2\phi_2)}_{=0}$$

$$= 0$$

定義E.3 統合経済均衡 Ver.1

7 未知変数
$$\begin{cases} \text{生産物価格}：p \equiv (p_1, p_2) \\ \text{生産要素価格}：\omega \equiv (r, w) \\ \text{生産量}：x^P \equiv (x_1^P, x_2^P) \\ \text{消費量}：x^C \equiv (x_1^C, x_2^C) \end{cases}$$

(i) 資源制約 （２式）
$$\begin{pmatrix} a_{K1}(\omega) \\ a_{L1}(\omega) \end{pmatrix} x_1^P + \begin{pmatrix} a_{K2}(\omega) \\ a_{L2}(\omega) \end{pmatrix} x_2^P = \begin{pmatrix} K_A + K_B \\ L_A + L_B \end{pmatrix}$$

(ii) 効用最大化 （２式）
$$x^C = (\phi_1(p), \phi_2(p)) I_W \quad I_W \equiv p_1 x_1^P + p_2 x_2^P$$

(iii) 財市場清算 （２式）
$$x^P = x^C \quad (i.e., x_i^P = x_i^C, i = 1,2)$$

(iv) ゼロ利潤 （２式）
$$p_j = r a_{Ki}(\omega) + w a_{Li}(\omega)$$

（注：仮定E.7(消費者選好)により均衡では両財が生産される。）

定義E.4 統合経済均衡 Ver.2

仮定E.2(完全競争)
仮定E.3(要素賦存量)
仮定E.6(生産技術)
仮定E.7(選好)
仮定E.9(要素集約度非逆転)

仮定E.1’１×２×２
×仮定E.4 自由貿易
×仮定E.5 要素の国際移動不可
×仮定E.８ 不完全特化

３未知変数
- 生産物価格： $p \equiv (p_1, p_2)$
- 生産要素価格：$\omega(p) \equiv (r(p), w(p))$
- 生産／消費量：$x \equiv (x_1, x_2)$

Ver.1の(i)+(iv)

利潤最大化＋ゼロ利潤

(i) 資源制約
（２式）

$$\begin{pmatrix} a_{K1}(p) \\ a_{L1}(p) \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} a_{K2}(p) \\ a_{L2}(p) \end{pmatrix} x_2 = \begin{pmatrix} K_A + K_B \\ L_A + L_B \end{pmatrix}$$

(ii) 財市場清算
（１式←ワルラス法則）

$$x = (\phi_1(p), \phi_2(p)) I_W$$

Ver.1の(ii)+(iii)

森知也1

スライド 23

森知也1　　森知也, 2007/03/16

(i) 資源制約

$\downarrow$

供給量： $x(p) \equiv (x_1(p), x_2(p))$

$\downarrow$

(ii) $x = (\phi_1(p), \phi_2(p)) I_W$

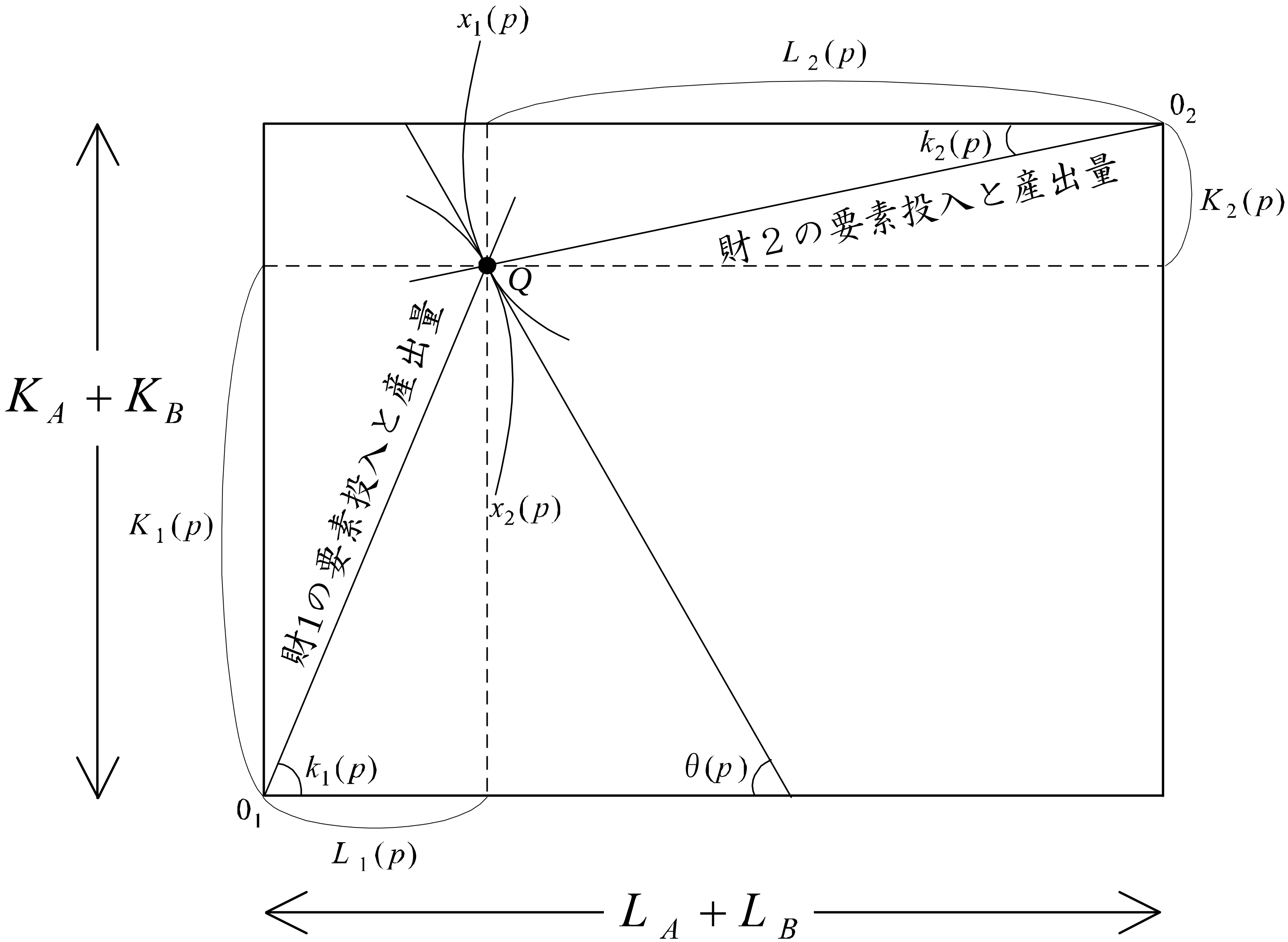
$\downarrow$

供給量比： $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{\phi_1(p)}{\phi_2(p)}$ ：需要量比

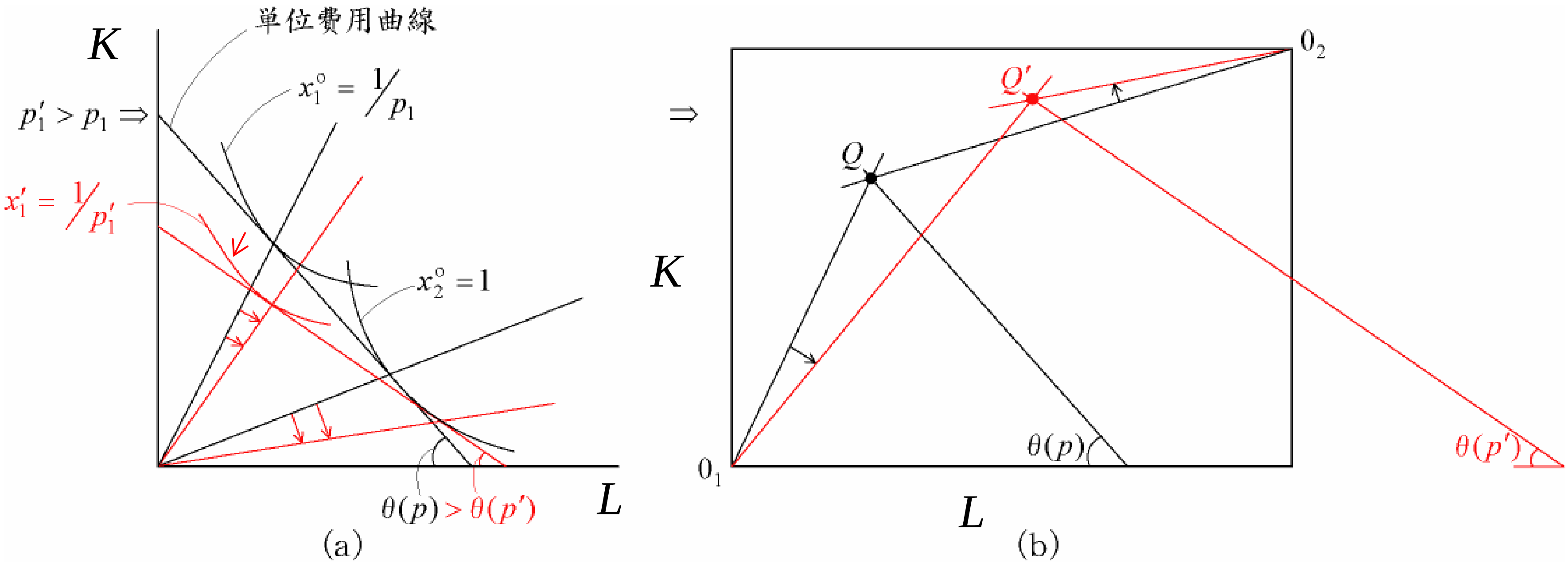
$\downarrow$

pの決定

財価格 p 所与の下での産出量の決定



価格 p の変化に伴う供給量の変化



資本集約財の価格上昇

↓

(もとの要素価格下で)利潤機会

↓

資本集財の産出量増加

↓

財２→１への資本・労働の移動

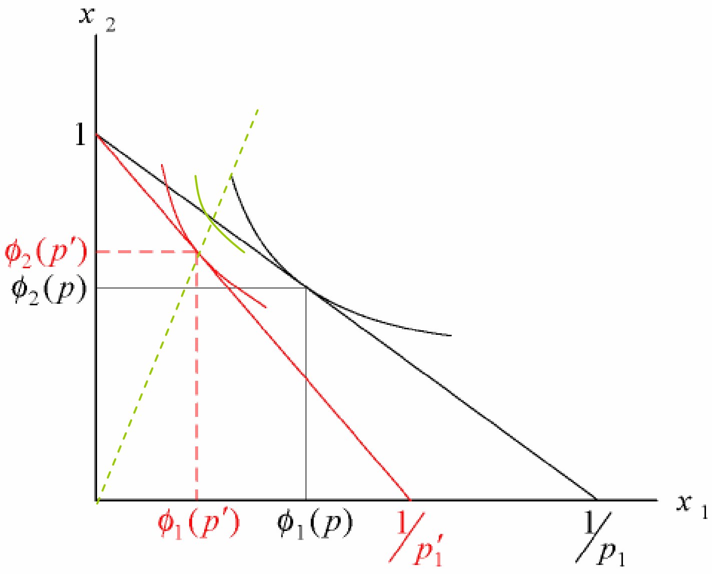
財１は資本集約型

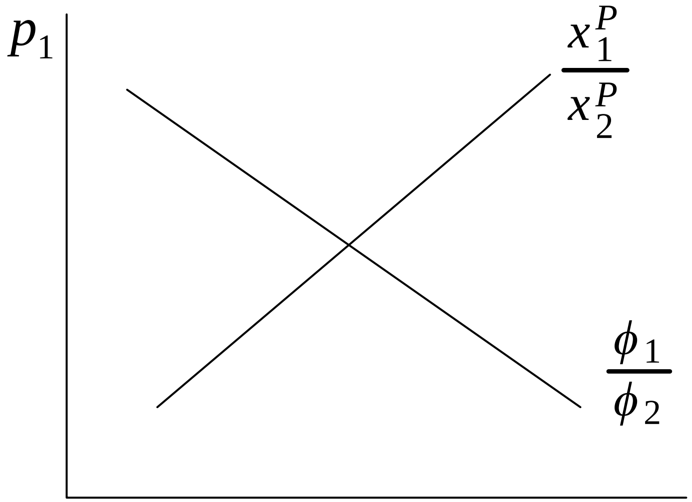
資本レンタルの(相対的)上昇

↓

労働集約度の上昇

価格 p の変化に伴う需要の変化





補題E.3 統合経済均衡の存在と一意性

仮定E.2(完全競争)
仮定E.3(要素賦存量)
仮定E.6(生産技術)
仮定E.7(選好)
仮定E.9(要素集約度非逆転)

(i) 統合経済均衡は一意的に存在する。
(ii) 均衡において両財とも生産される。

Step 3. 世界均衡の存在と一意性

世界均衡定義Ver.2 (i) 資源制約：

$$\begin{pmatrix} a_{K1}(p) \\ a_{L1}(p) \end{pmatrix} \underbrace{(x^P_{1A} + x^P_{1B})}_{x^P_1} + \begin{pmatrix} a_{K2}(p) \\ a_{L2}(p) \end{pmatrix} \underbrace{(x^P_{2A} + x^P_{2B})}_{x^P_2} = \begin{pmatrix} K_A + K_B \\ L_A + L_B \end{pmatrix}$$

(ii)消費・(iii)財市場清算：

$$\underbrace{x^P_{iA} + x^P_{iB}}_{x^P_i} = \phi_i(p) \underbrace{\{p_1(x^P_{1A} + x^P_{1B}) + p_2(x^P_{2A} + x^P_{2B})\}}_{I_W}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{x^P_1}{x^P_2} = \frac{\phi_1(p)}{\phi_2(p)}$$

補題E.4（世界均衡と統合経済均衡の一致)

仮定E.1～9

世界均衡

$$
\begin{cases}
\text{生産物価格：} p \equiv (p_1, p_2) \\
\text{生産要素価格：} \omega(p) \equiv (r(p), w(p)) \\
\text{生産量：} x_j^P \equiv \left(x_{1j}^P, x_{2j}^P\right) \\
\text{消費量：} x_j^C \equiv \left(x_{1j}^C, x_{2j}^C\right)
\end{cases}
$$

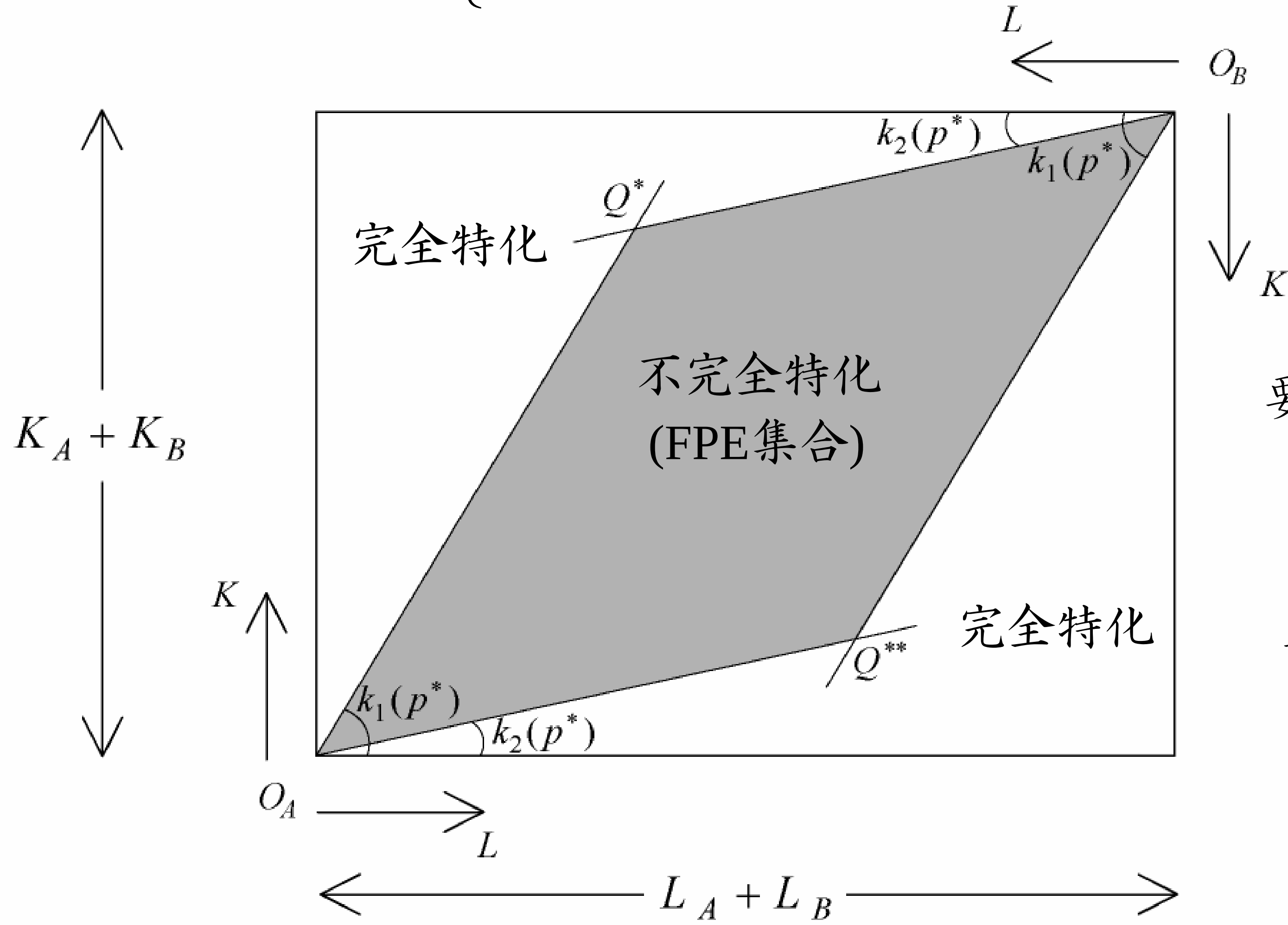
生産・消費
配分以外

統合経済均衡

$$
\begin{cases}
p \equiv (p_1, p_2) \\
\omega(p) \equiv (r(p), w(p)) \\
x^P \equiv x_A^P + x_B^P = (x_{1A}^P + x_{2A}^P, x_{1B}^P + x_{2B}^P) \\
x^C \equiv x_A^C + x_B^C = (x_{1A}^C + x_{2A}^C, x_{1B}^C + x_{2B}^C)
\end{cases}
$$

Step 4. 生産・消費・貿易パターンの導出

統合経済均衡値 $\begin{cases} p^* = p^W \\ x_1^* = x_{1A}^P + x_{1B}^P = x_{1A}^C + x_{1B}^C \\ x_2^* = x_{2A}^P + x_{2B}^P = x_{2A}^C + x_{2B}^C \end{cases}$



要素賦存点∈FPE

↓

不完全特化

↓

要素価格均等化

国Ａが相対的に資本が豊富である場合

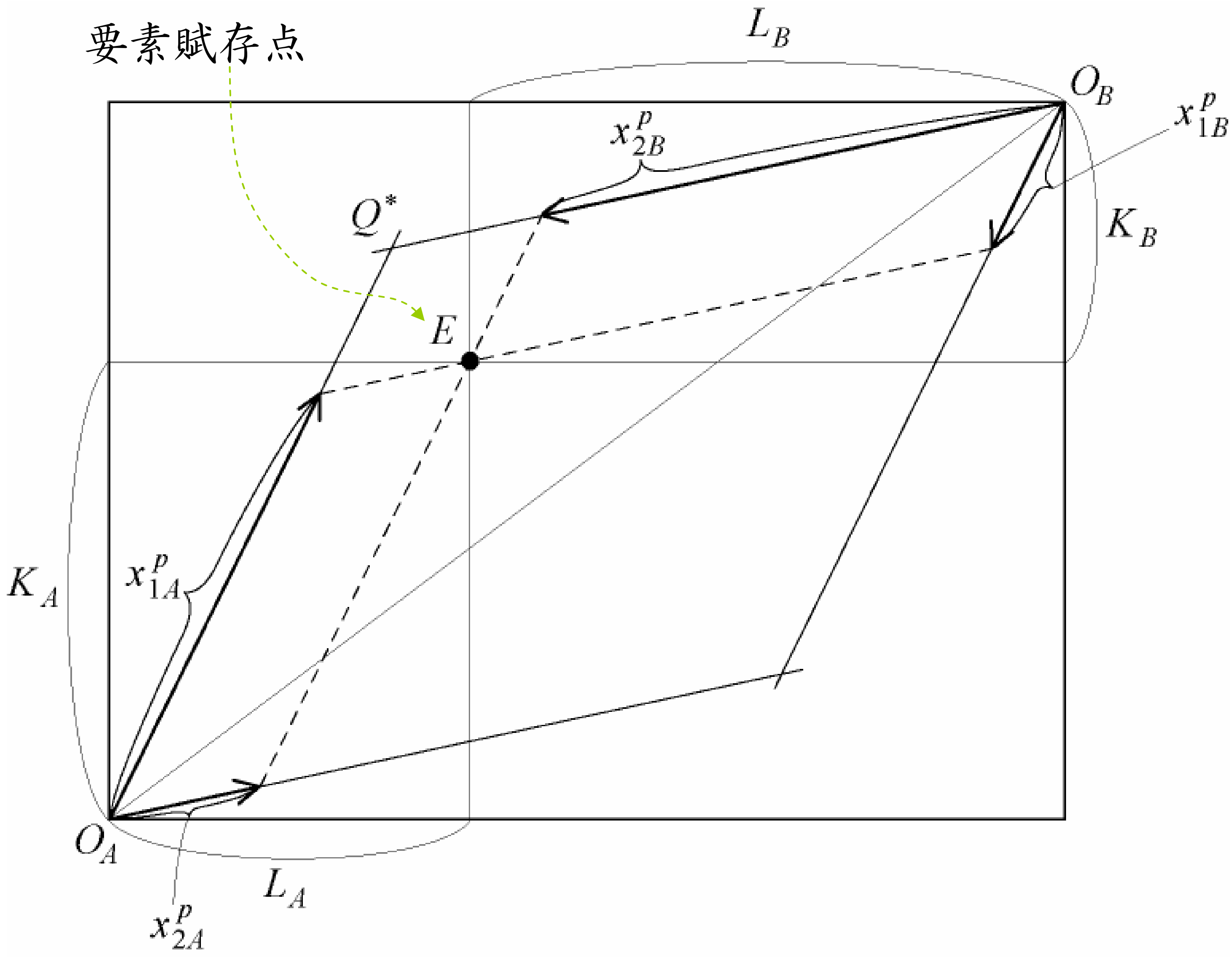
ＣＲＳ技術

↓

$$x_1^* = \overline{O_A Q^*}$$

$$x_2^* = \overline{O_B Q^*}$$

となる様に
単位取り可能

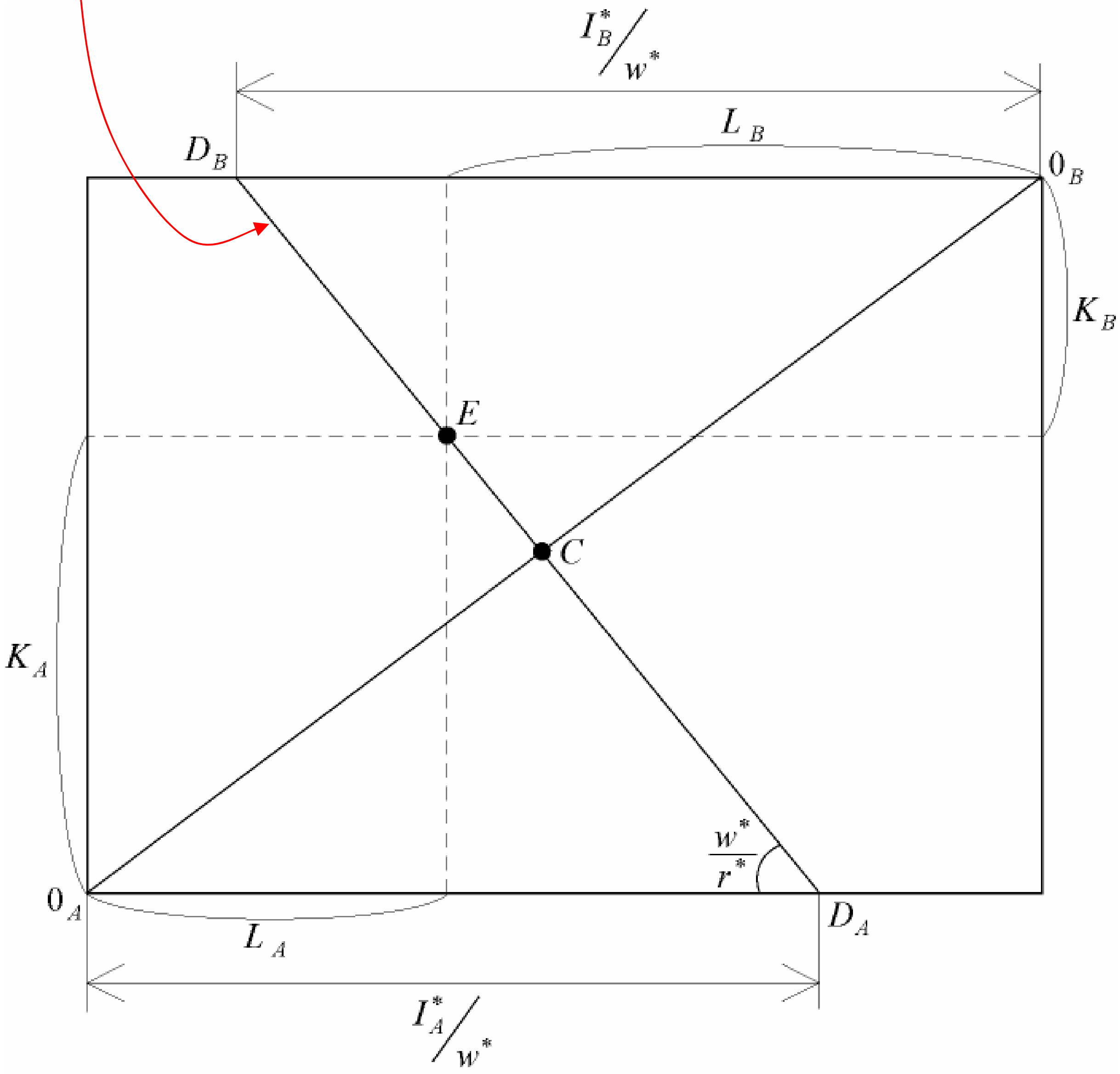


点Eを通る等所得直線

(所得 $= I_A^*$)

$$r^* K + w^* L = I_A^*$$

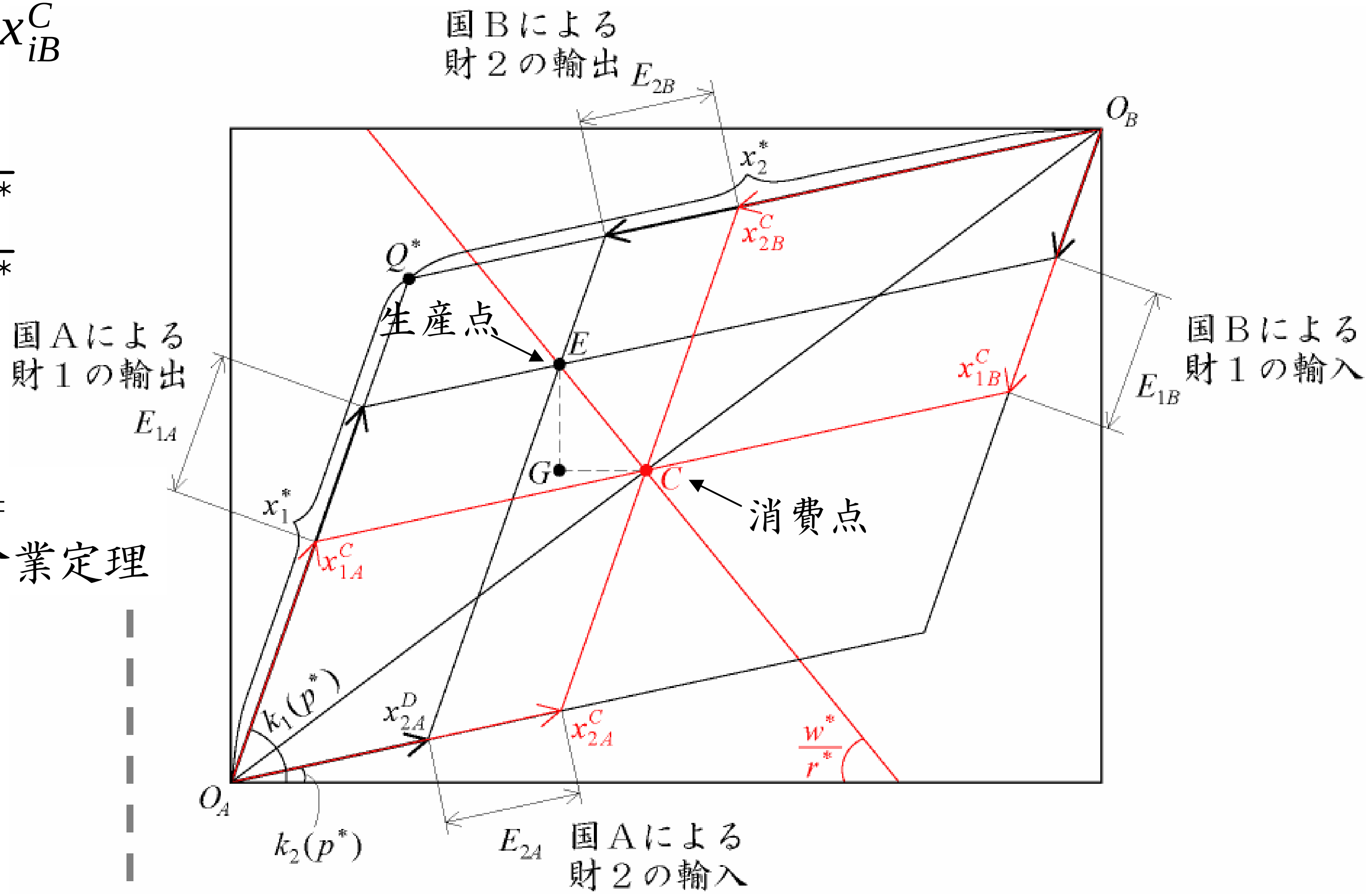
$$\frac{x_{1A}^C}{x_{1B}^C} = \frac{\phi_1(p^*) I_A^*}{\phi_1(p^*) I_B^*} = \frac{I_A^*}{I_B^*} = \frac{O_A D_A}{O_B D_B} = \frac{O_A C}{O_B C} = \frac{x_{2A}^C}{x_{2B}^C}$$



$$x_i^* = x_{iA}^C + x_{iB}^C$$

$\downarrow$

$$x_1^* = \overline{O_A Q^*}$$
$$x_2^* = \overline{O_B Q^*}$$



ヘクシャー＝
オリーンの分業定理

$$\frac{K_A}{L_A} > \frac{K_B}{L_B}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{x_{1A}^P}{x_{2A}^P} > \frac{x_{1B}^P}{x_{2B}^P}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} E_{1A} > 0 \\ E_{2B} > 0 \end{cases}$$

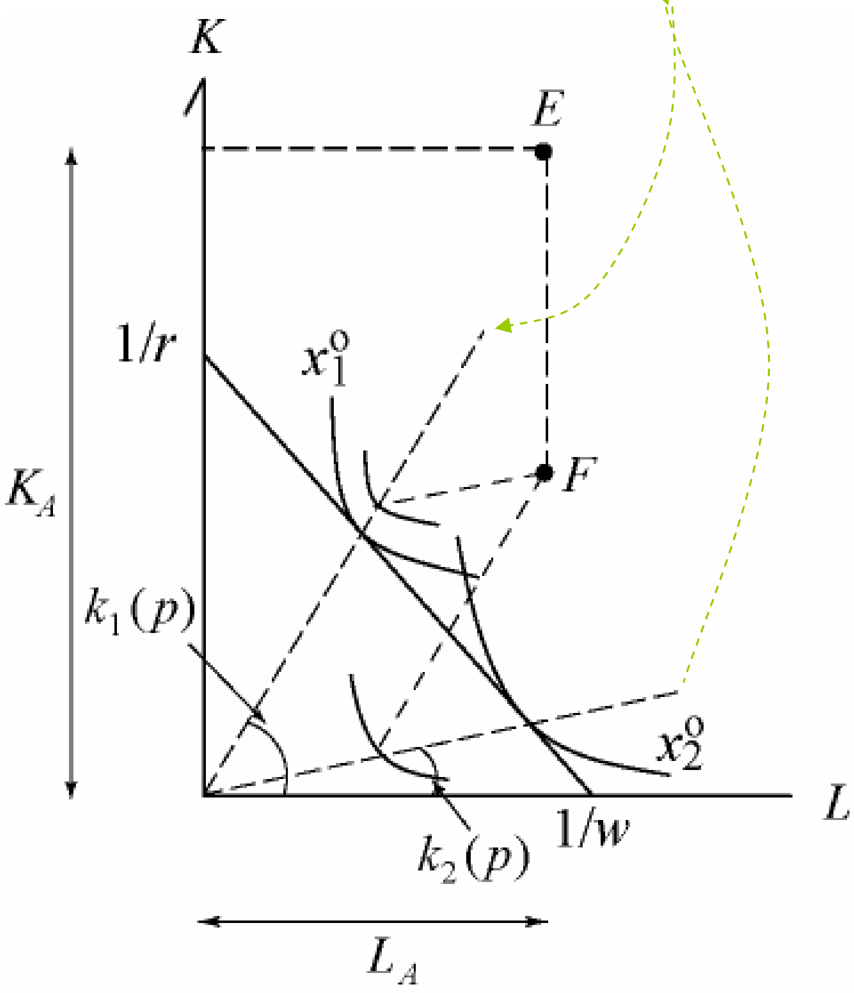
貿易の要素構成（factor content of trade）：

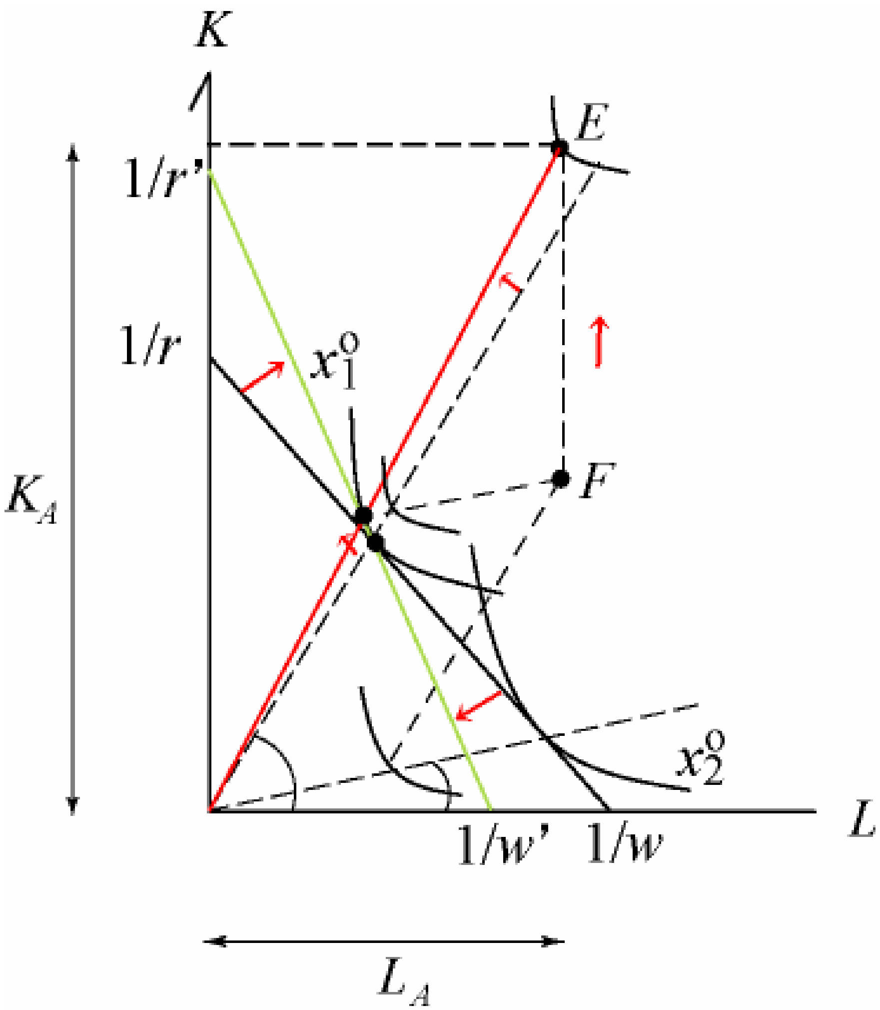
$\overline{EG}$ = 国Aによる資本の純輸出

$\overline{CG}$ = 国Bによる労働の純輸出

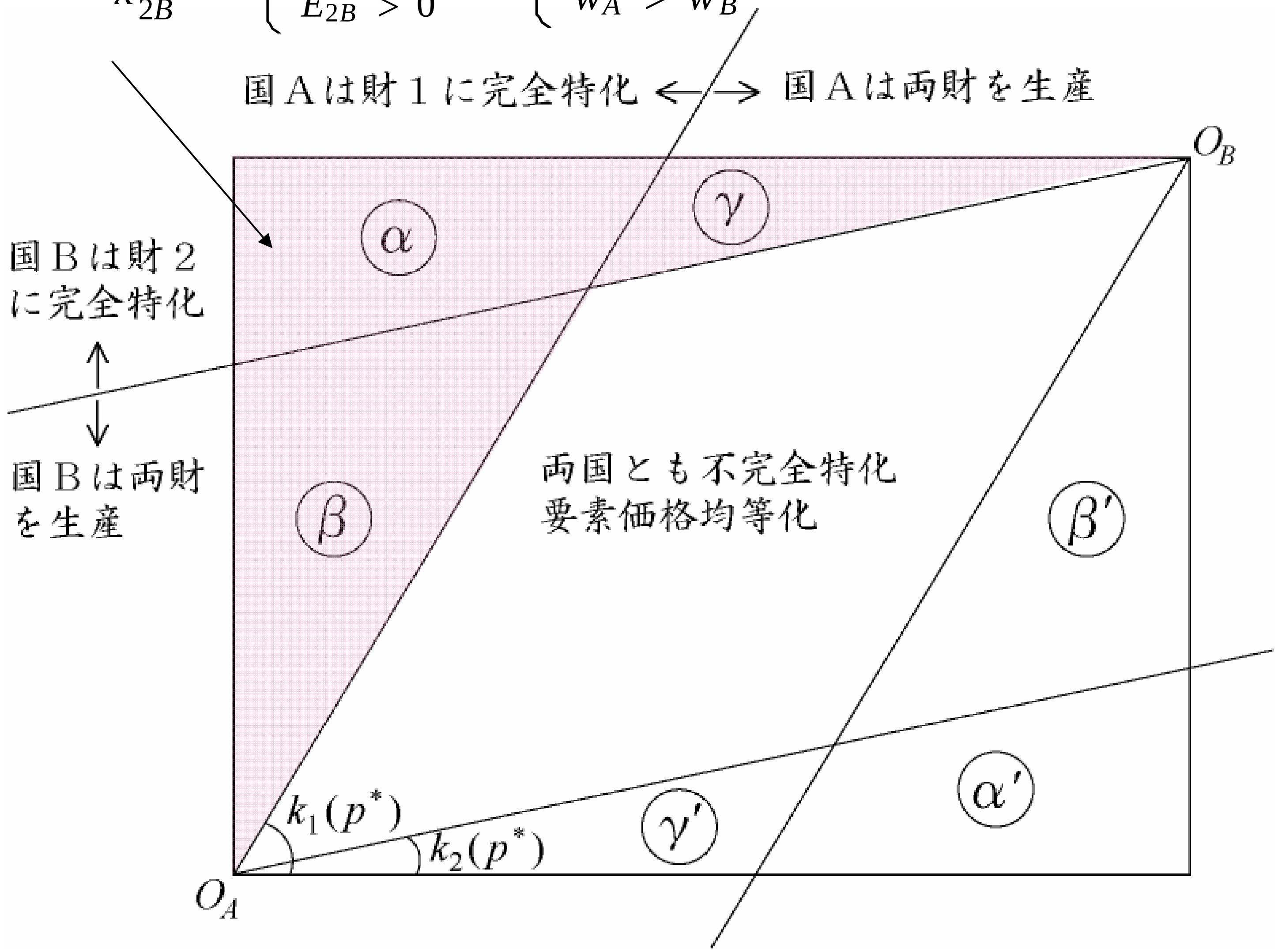
完全特化が起こる場合

不完全特化を仮定して得られた資本・労働投入比率

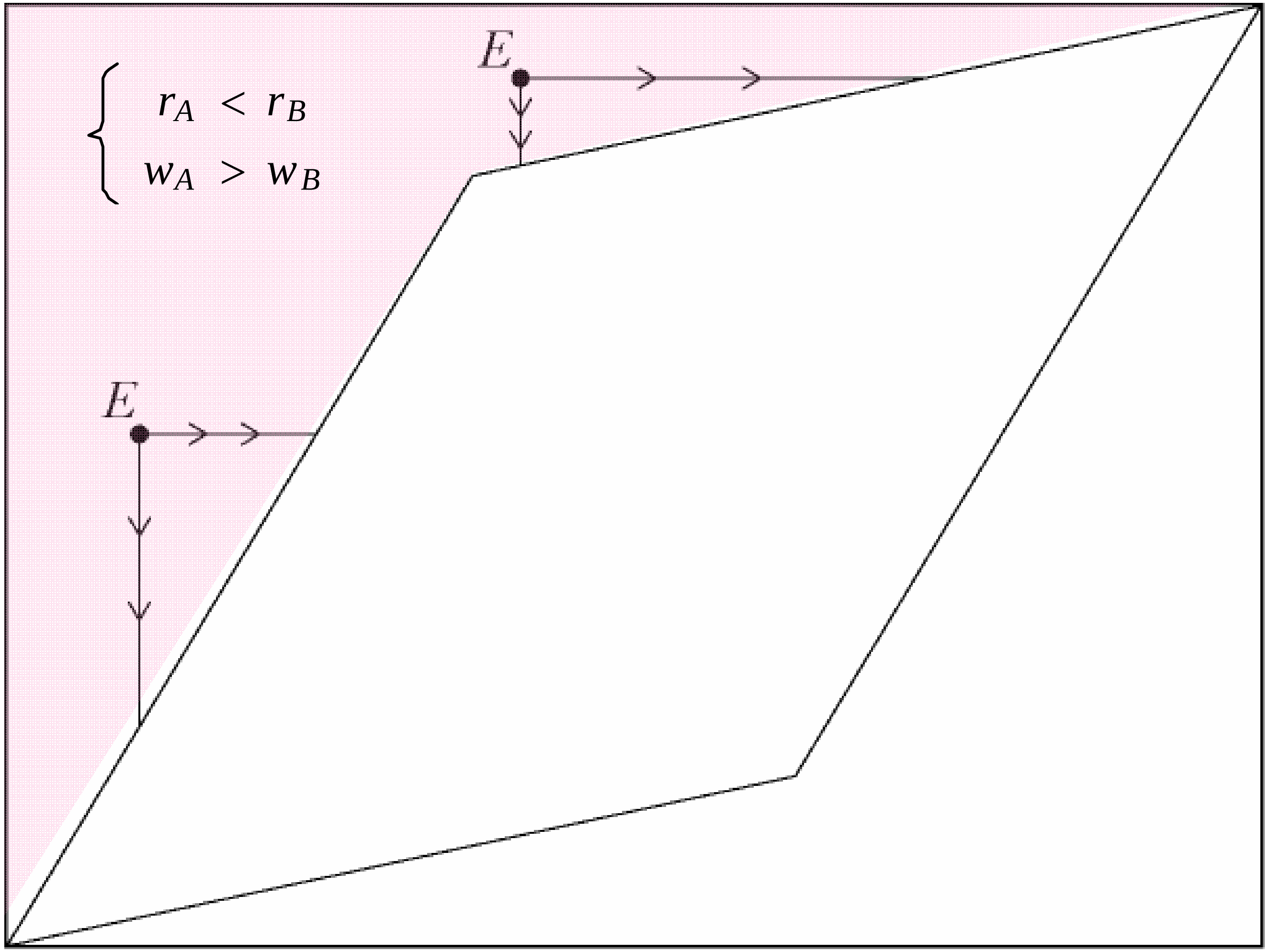




$$\frac{x_{1A}^P}{x_{2A}^P} > \frac{x_{1B}^P}{x_{2B}^P} \qquad \begin{cases} E_{1A} > 0 \\ E_{2B} > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} r_A < r_B \\ w_A > w_B \end{cases}$$



生産要素の国際移動と要素価格均等化



$$\begin{cases} r_A < r_B \\ w_A > w_B \end{cases}$$

貿易の利益－Gains from trade－

自給自足経済における均衡消費量：　$x^A \equiv (x_1^A, x_2^A)$

世界均衡における総消費量：　$x \equiv (x_1, x_2)$

世界均衡における価格：　$p \equiv (p_1, p_2)$

自由貿易

Step 2　$\Downarrow$　　　　Step 1

$$p_1 x_1^A + p_2 x_2^A \leq p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \Rightarrow$$

世界均衡下での価格・総所得水準

↓

自給自足均衡消費水準達成可能

貿易の利益

貿易

↓

代表的消費者の
効用水準の上昇

Step 1.

$$p_1 x_1^A + p_2 x_2^A \leq p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \Rightarrow$$

貿易の利益

貿易

↓

代表的消費者の
効用水準の上昇

証明：

$$e(p, u^A) \leq p_1 x_1^A + p_2 x_2^A \qquad \text{(支出関数の定義より)}$$

$$e(p, u^A) \leq p_1 x_1 + p_2 x_2 \qquad \text{（仮定より）}$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = e(p, u) \qquad \text{(支出関数の定義より)}$$

$$e(p, u^A) \leq e(p, u)$$

$$\Rightarrow \quad u^A \leq u \qquad \square$$

Step 2. 自由貿易 $\Rightarrow\ p_1x_1^A + p_2x_2^A \le p_1x_1 + p_2x_2$

自由貿易下価格

$$p_1x_1^A + p_2x_2^A \le c_1(\omega)x_1^A + c_2(\omega)x_2^A$$

非正利潤

$$= (r,w)\begin{pmatrix} a_{K1}(\omega) & a_{K2}(\omega) \\ a_{L1}(\omega) & a_{L2}(\omega) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^A \\ x_2^A \end{pmatrix}$$

費用最小化 $\Rightarrow\ ra_{Ki}(\omega) + wa_{Li}(\omega) \le ra_{Ki}(\omega^A) + wa_{Li}(\omega^A)$

$$\le (r,w)\begin{pmatrix} a_{K1}(\omega^A) & a_{K2}(\omega^A) \\ a_{L1}(\omega^A) & a_{L2}(\omega^A) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^A \\ x_2^A \end{pmatrix}$$

$= rK + wL$ （∵完全雇用）

$= p_1x_1 + p_2x_2$ （∵ゼロ利潤）

$\therefore\ p_1x_1^A + p_2x_2^A \le p_1x_1 + p_2x_2$

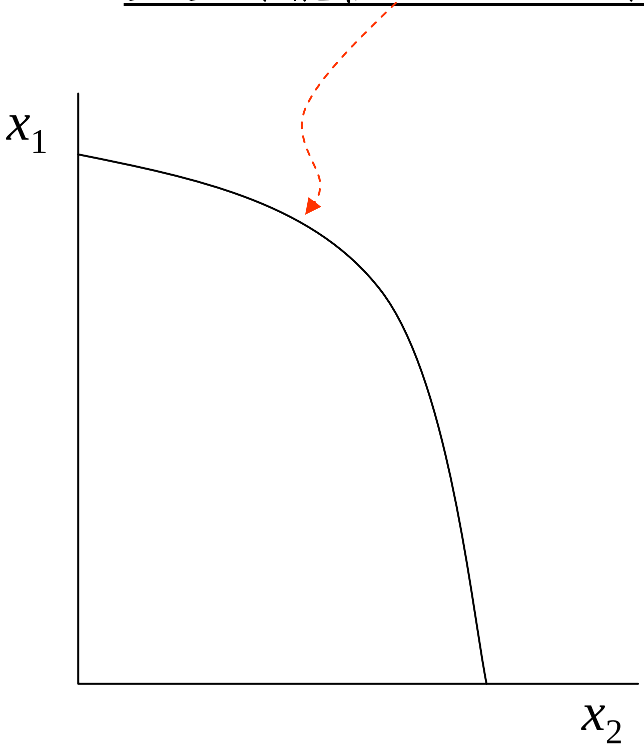
貿易の利益－図説

準備：生産可能性フロンティアの形状

財i =1,2の生産関数　$f_i(K_i,L_i)$が凹関数

$$\Downarrow$$

生産可能性フロンティア $x_2=F(x_1\,;K,L)$は凹関数



証明

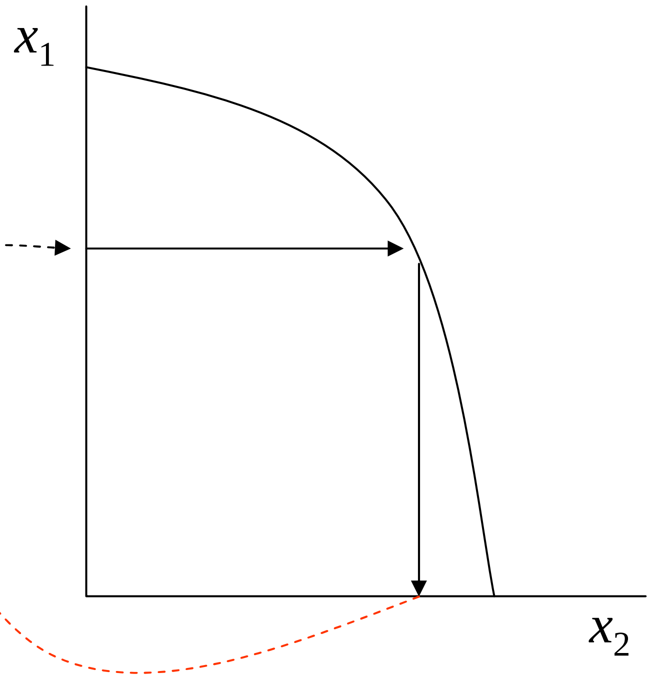
$$(*)\qquad \max_{K_1, L_1, K_2, L_2} f_2(K_2, L_2)$$

$$s.t.\quad f_1(K_1, L_1) \geq x_1$$

$$K_1 + K_2 \leq K$$

$$L_1 + L_2 \leq L$$

$$(*)$$

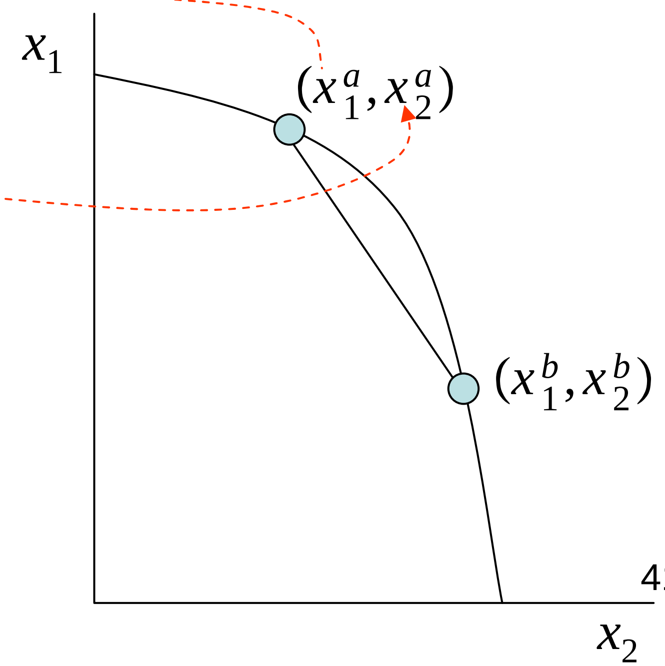


$$x_1^a \longrightarrow (K_1^a, L_1^a), (K_2^a, L_2^a) \longrightarrow x_2^a \equiv f_2(K_2^a, L_2^a)$$

$$x_2^a = F(x_1^a, K, L)$$

$$x_2^b \longrightarrow (K_1^b, L_1^b), (K_2^b, L_2^b) \longrightarrow x_2^b \equiv f_2(K_2^b, L_2^b)$$

$$x_2^b = F(x_1^b, K, L)$$



$$K_i^c = \frac{1}{2}(K_i^a + K_i^b)$$
$$L_i^c = \frac{1}{2}(L_i^a + L_i^b) \qquad i = 1, 2$$

①資源制約

$$K_1^c + K_2^c = \frac{1}{2}(K_1^a + K_2^a + K_1^b + K_2^b) \le K$$
$$L_1^c + L_2^c = \frac{1}{2}(L_1^a + L_2^a + L_1^b + L_2^b) \le L$$

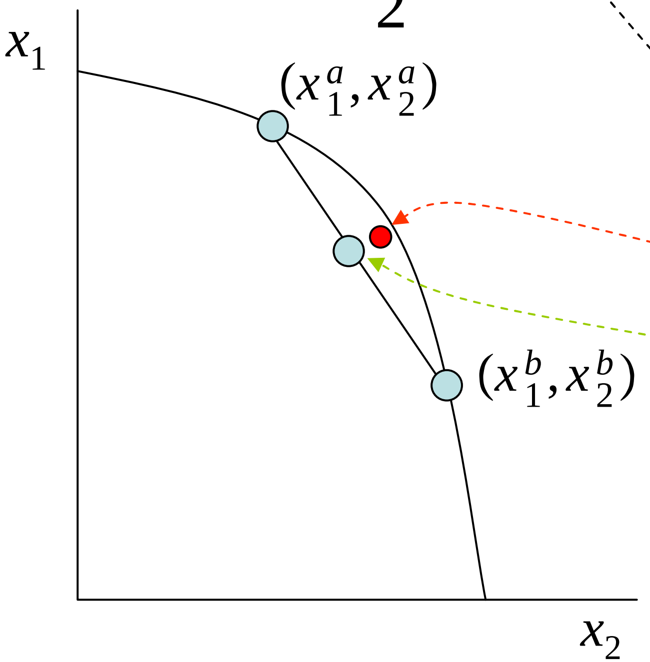
② f_iは凹関数

$$f_i(K_i^c, L_i^c) \ge \frac{1}{2}\left\{f_i(K_i^a, L_i^a) + f_i(K_i^b, L_i^b)\right\} = \frac{1}{2}(x_i^a + x_i^b)$$

(K^c, L^c) は資源制約を満たす

③ 生産可能曲線の凹性

$$x_i^c \equiv f_i(K_i^c, L_i^c) \ge \frac{1}{2}(x_i^a + x_i^b)$$



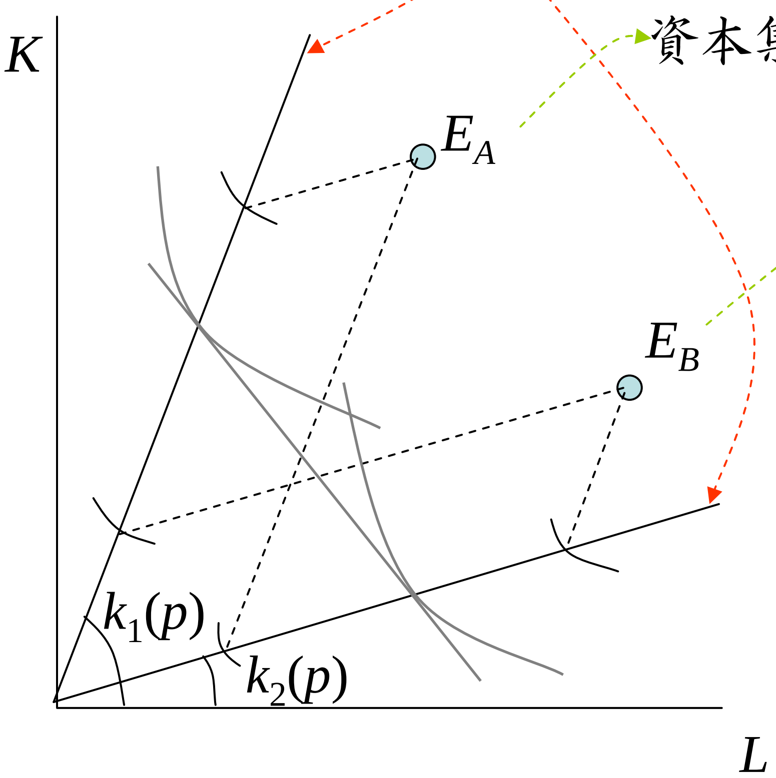
仮定E.9 → ２国の生産可能性フロンティアの形状

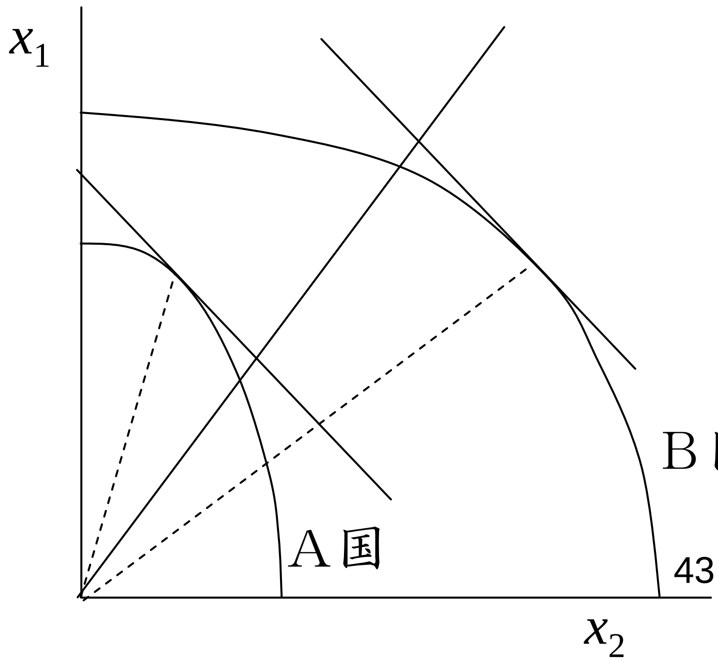
同一の財価格比 p_2/p_1 下での生産パターンを比較

両国で同一の資本労働比率

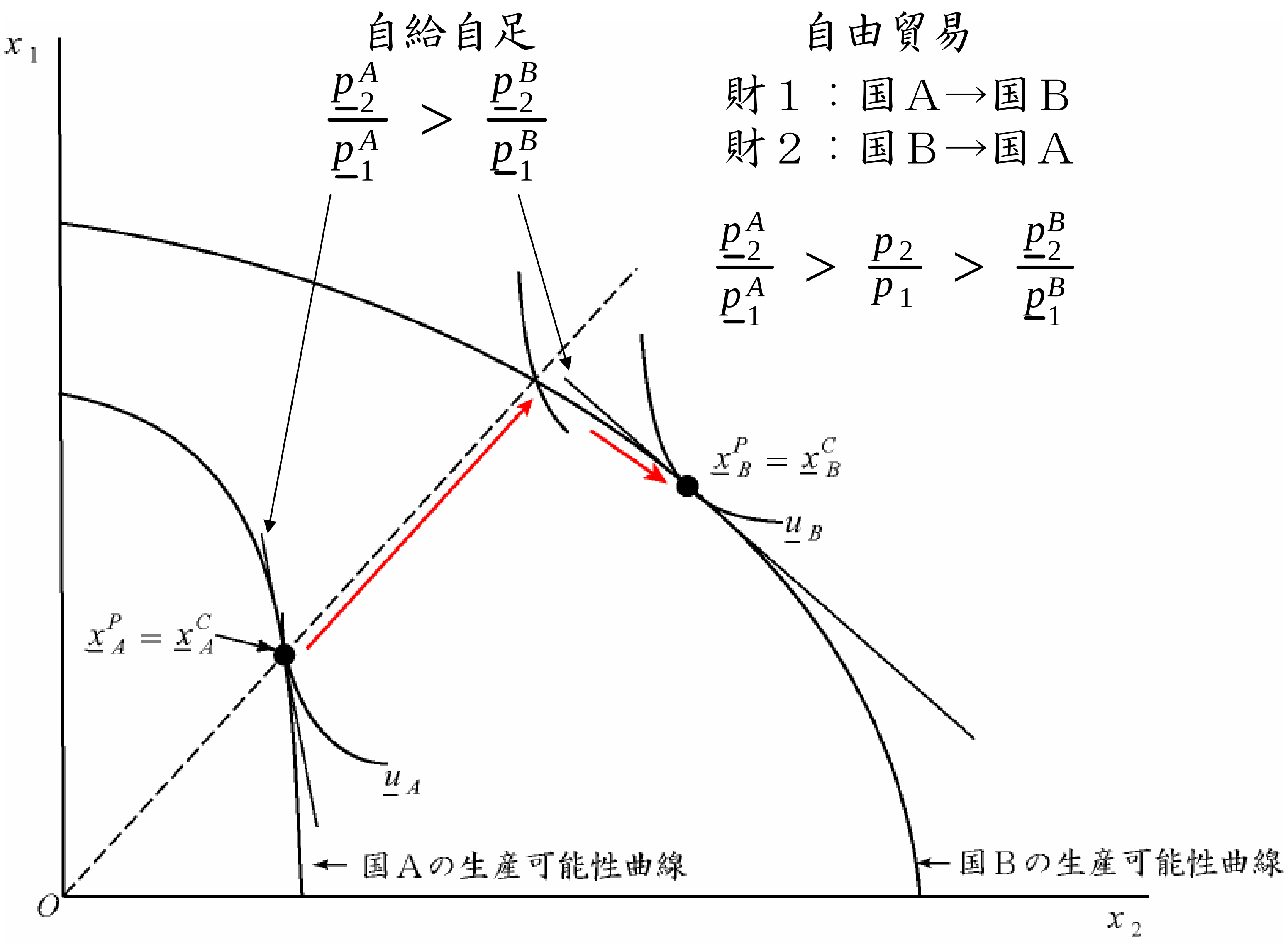
資本集約財１を相対的に多く生産

労働集約財２を相対的に多く生産



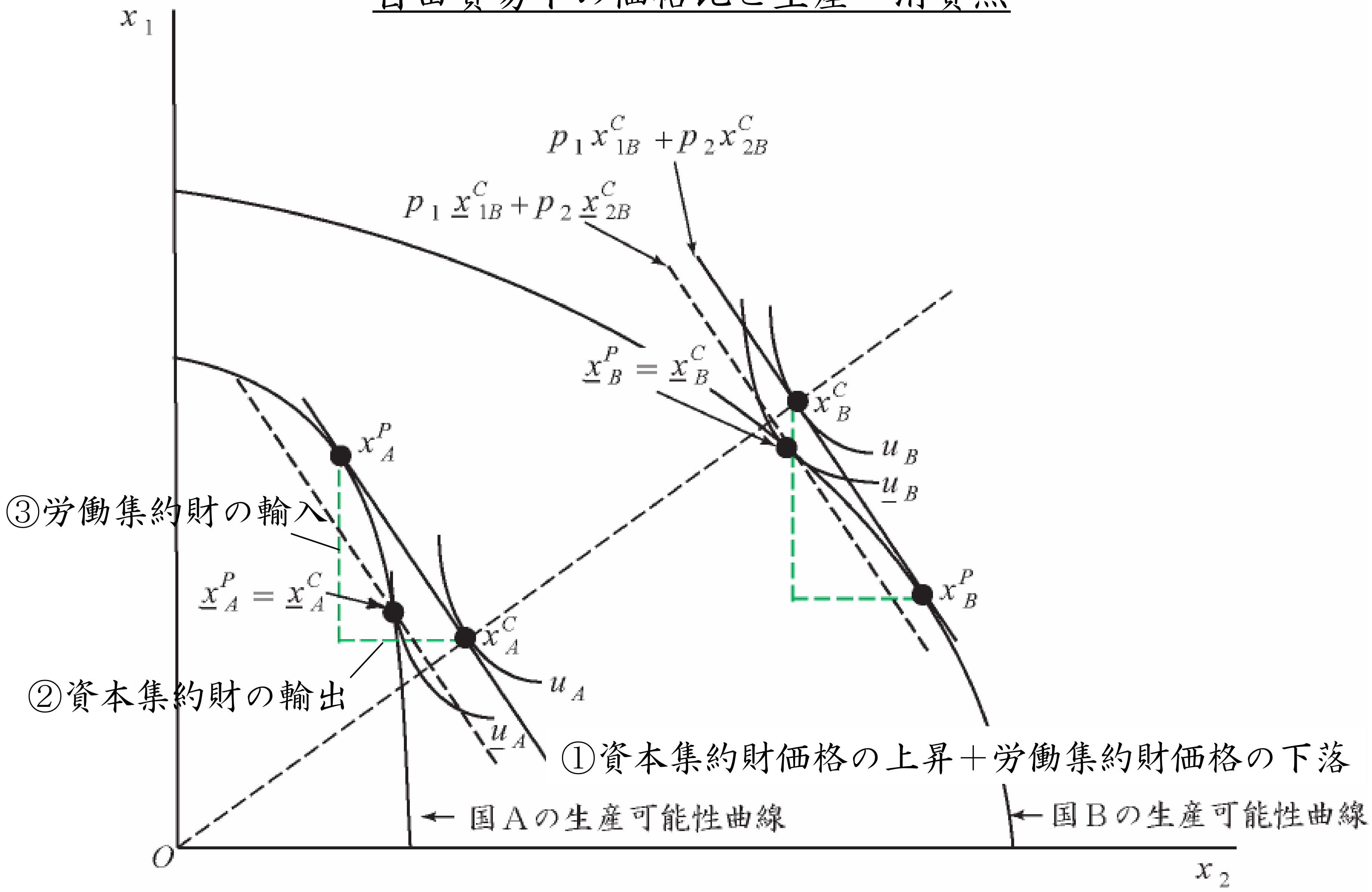


自給自足下の価格比と生産・消費点



貿易の利益ー図説

自由貿易下の価格比と生産・消費点



リプチンスキー/ストルパー＝サミュエルソン定理

基本設定

小国開放経済－small open economy

「小国」自国における財価格は国際価格として外生的に与えられる
「開放」外国と自由貿易

定E.2 (完全競争)
仮定E.3’ K, L (要素賦存量所与)
仮定E.4 (自由貿易)
仮定E.5 (生産要素国際移動不可)
仮定E.6 (生産技術)
仮定E.7 (効用関数)
仮定E.8 (不完全特化)
仮定E.9 (要素集約度非逆転)

分析準備

資源制約(完全雇用条件)：

$$a_{K1}x_1 + a_{K2}x_2 = K \qquad \text{(E.78)}$$

$$a_{L1}x_1 + a_{L2}x_2 = L \qquad \text{(E.79)}$$

不完全特化＋ゼロ利潤：

$$a_{Ki}r + a_{Li}w = p_i \qquad \text{(E.80)}$$

財 i の各要素投入量シェア

$$\lambda_{Ki} \equiv \frac{a_{Ki}x_i}{K}, \quad \lambda_{Li} \equiv \frac{a_{Li}x_i}{L} \qquad (\lambda_{K1} + \lambda_{K2} = \lambda_{L1} + \lambda_{L2} = 1)$$

各要素の生産費用シェア

$$\gamma_{Ki} \equiv \frac{a_{Ki}r}{p_i}, \quad \gamma_{Li} \equiv \frac{a_{Li}w}{p_i} \qquad (\gamma_{K1} + \gamma_{L1} = \gamma_{K2} + \gamma_{L2} = 1)$$

仮定E.9(要素集約度の非逆転)：

$$\frac{a_{K1}}{a_{L1}} > \frac{a_{K2}}{a_{L2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{a_{K1}x_1}{K}}{\frac{a_{L1}x_1}{L}} > \frac{\frac{a_{K2}x_2}{K}}{\frac{a_{L2}x_2}{L}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda_{K1}}{\lambda_{L1}} > \frac{\lambda_{K2}}{\lambda_{L2}}$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{K1}(1-\lambda_{L1}) > \lambda_{L1}(1-\lambda_{K1})$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{K1} > \lambda_{L1}$$

同様に　$\lambda_{K2} < \lambda_{L2}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\frac{a_{K1}r}{p_1}}{\frac{a_{L1}w}{p_1}} > \dfrac{\frac{a_{K2}r}{p_2}}{\frac{a_{L2}w}{p_2}} \\ \dfrac{\gamma_{K1}}{\gamma_{L1}} > \dfrac{\gamma_{K2}}{\gamma_{L2}} \end{array} \right.$$

$$\gamma_{K1} > \gamma_{K2}$$

$$\gamma_{L1} < \gamma_{L2}$$

第１財：投入量・費用シェアとも資本が大

変数 y の変化率： $\hat{y} \equiv dy/y$

(E.78)～(E.80)を全微分して「Jones流」に整理

$$\lambda_{K1}\hat{x}_1 + \lambda_{K2}\hat{x}_2 = \hat{K} - (\lambda_{K1}\hat{a}_{K1} + \lambda_{K2}\hat{a}_{K2}) \qquad \text{(E.88)}$$

$$\lambda_{L1}\hat{x}_1 + \lambda_{L2}\hat{x}_2 = \hat{L} - (\lambda_{L1}\hat{a}_{L1} + \lambda_{L2}\hat{a}_{L2}) \qquad \text{(E.89)}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \gamma_{K1}\hat{r} + \gamma_{L1}\hat{w} = \hat{p}_1 - \boxed{(\gamma_{K1}\hat{a}_{K1} + \gamma_{L1}\hat{a}_{L1})} & \text{(E.90)} \\ \gamma_{K2}\hat{r} + \gamma_{L2}\hat{w} = \hat{p}_2 - \boxed{(\gamma_{K2}\hat{a}_{K2} + \gamma_{L2}\hat{a}_{L2})} & \text{(E.91)} \end{array} \right. \quad = 0$$

$$\gamma_{Ki}\hat{r} + \gamma_{Li}\hat{w} = \hat{p}_i$$

費用最小化の１階条件：

$$r da_{Ki} + w da_{Li} = 0$$

$$\frac{ra_{Ki}}{p_i}\frac{da_{Ki}}{a_{Ki}} + \frac{wa_{Li}}{p_i}\frac{da_{Li}}{a_{Li}} = 0$$

$$\gamma_{Ki}\hat{a}_{Ki} + \gamma_{Li}\hat{a}_{Li} = 0$$

(E.88)の導出

$$a_{K_1}x_1 + a_{K_2}x_2 = K$$

$\downarrow$ 全微分

$$da_{K_1}x_1 + a_{K_1}dx_1 + da_{K_2}x_2 + a_{K_2}dx_2 = dK$$

$\downarrow$ 両辺 K で割る

$$\frac{a_{K_1}x_1}{K}\frac{da_{K_1}}{a_{K_1}} + \frac{a_{K_1}x_1}{K}\frac{dx_1}{x_1} + \frac{a_{K_2}x_2}{K}\frac{da_{K_2}}{a_{K_2}} + \frac{a_{K_2}x_2}{K}\frac{dx_2}{x_2} = \frac{dK}{K}$$

$\downarrow$

$$\underbrace{\frac{a_{K_1}x_1}{K}\frac{dx_1}{x_1} + \frac{a_{K_2}x_2}{K}\frac{dx_2}{x_2}}_{\lambda_{K_1}\hat{x}_1 + \lambda_{K_2}\hat{x}_2} = \frac{dK}{K} - \left(\underbrace{\frac{a_{K_1}x_1}{K}\frac{da_{K_1}}{a_{K_1}} + \frac{a_{K_2}x_2}{K}\frac{da_{K_2}}{a_{K_2}}}_{\lambda_{K_1}\hat{a}_{K_1} + \lambda_{K_2}\hat{a}_{K_2}}\right)$$

リプチンスキー定理と拡大効果

小国開放： $\hat{p}_1 = \hat{p}_2 = 0$　　$\hat{L} > \hat{K} \longrightarrow \hat{x}_2 > \hat{L} > \hat{K} > \hat{x}_1$

$\gamma_{Ki}\hat{r} + \gamma_{Li}\hat{w} = \hat{p}_i$ (E.90,91)

$$\hat{r} = \hat{w} = 0$$

仮定E.6(ホモセティック生産関数)

$$\hat{a}_{Ki} = \hat{a}_{Li} = 0$$

$$\lambda_{K1}\hat{x}_1 + \lambda_{K2}\hat{x}_2 = \hat{K} - \boxed{(\lambda_{K1}\hat{a}_{K1} + \lambda_{K2}\hat{a}_{K2})} \quad \text{(E.88)}$$

$$\lambda_{L1}\hat{x}_1 + \lambda_{L2}\hat{x}_2 = \hat{L} - \boxed{(\lambda_{L1}\hat{a}_{L1} + \lambda_{L2}\hat{a}_{L2})} \quad \text{(E.89)}$$

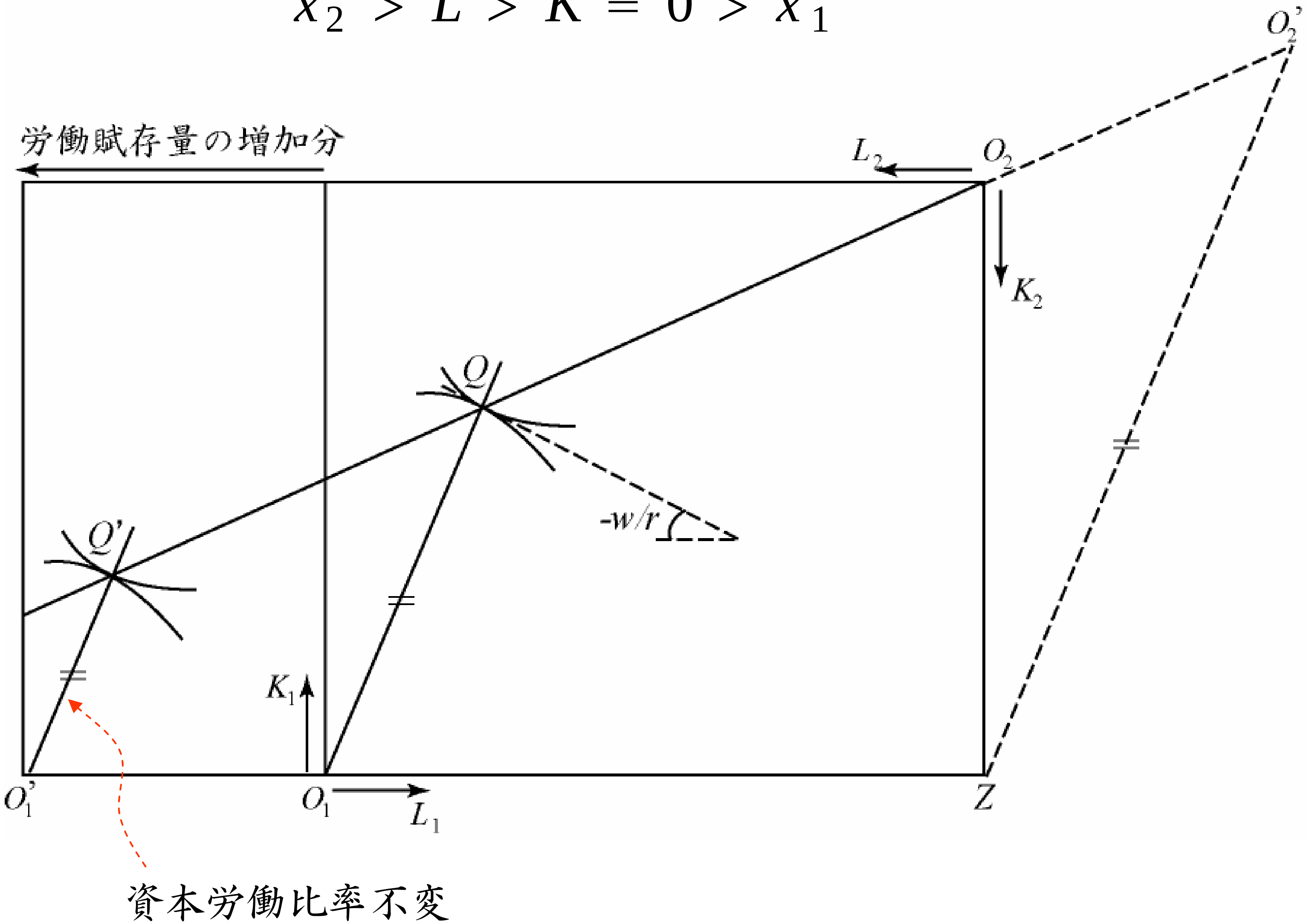
$= 0$

$$\begin{cases} \hat{K} - \hat{x}_1 = \dfrac{\lambda_{K2}}{\underbrace{\lambda_{L2} - \lambda_{K2}}_{>0}} \underbrace{\left(\hat{L} - \hat{K}\right)}_{>0} > 0 \\[2ex] \hat{x}_2 - \hat{L} = \dfrac{\lambda_{L1}}{\lambda_{L2} - \lambda_{K2}} \left(\hat{L} - \hat{K}\right) > 0 \end{cases} \Longrightarrow \hat{x}_2 > \hat{L} > \hat{K} > \hat{x}_1$$

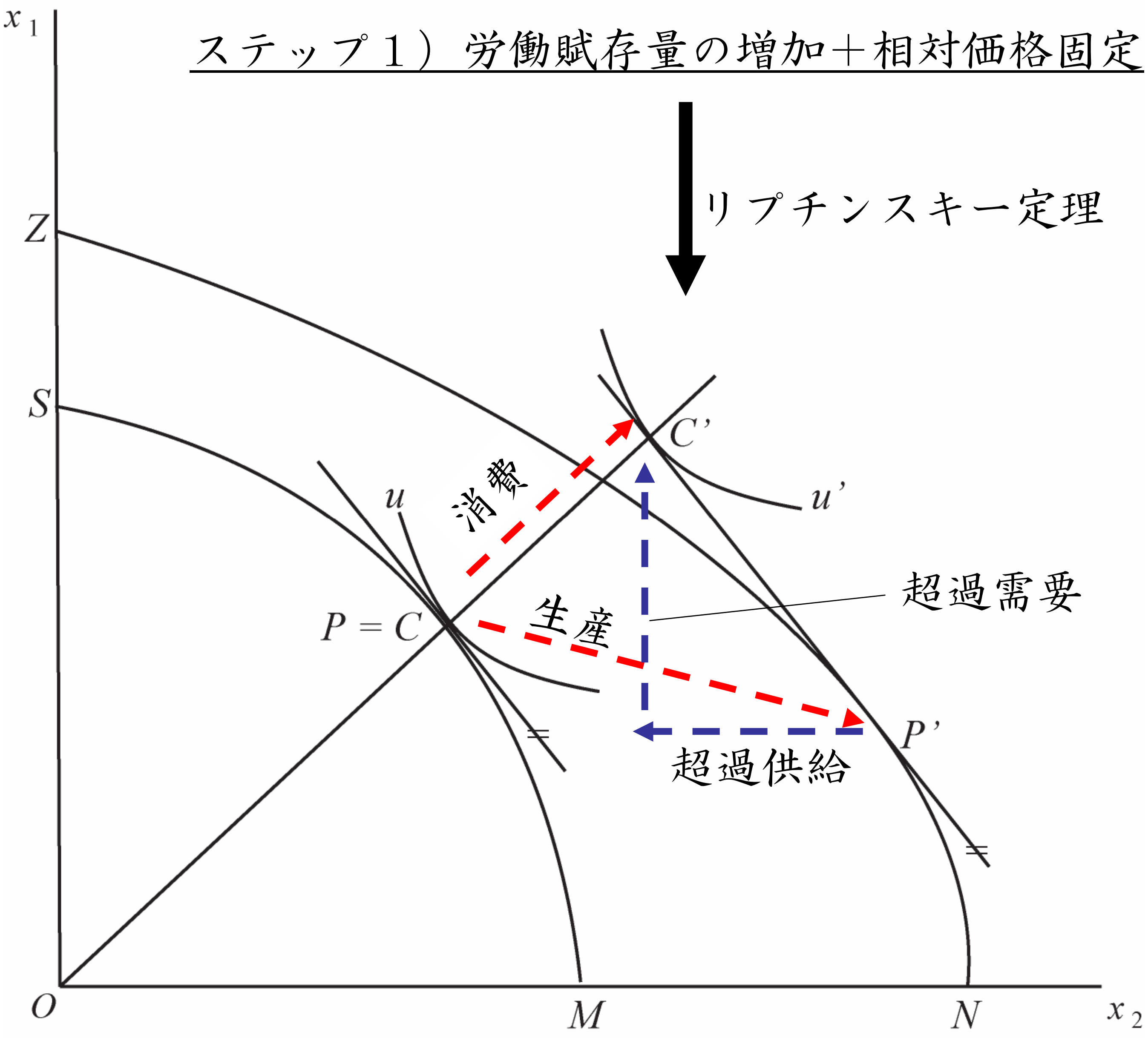
仮定E.9 → >0　　>0 ← 定理の仮定

図説： $\hat{L} > 0 = \hat{K}$ の場合

$$\hat{x}_2 > \hat{L} > \hat{K} = 0 > \hat{x}_1$$



生産要素賦存量の変化の一般均衡効果

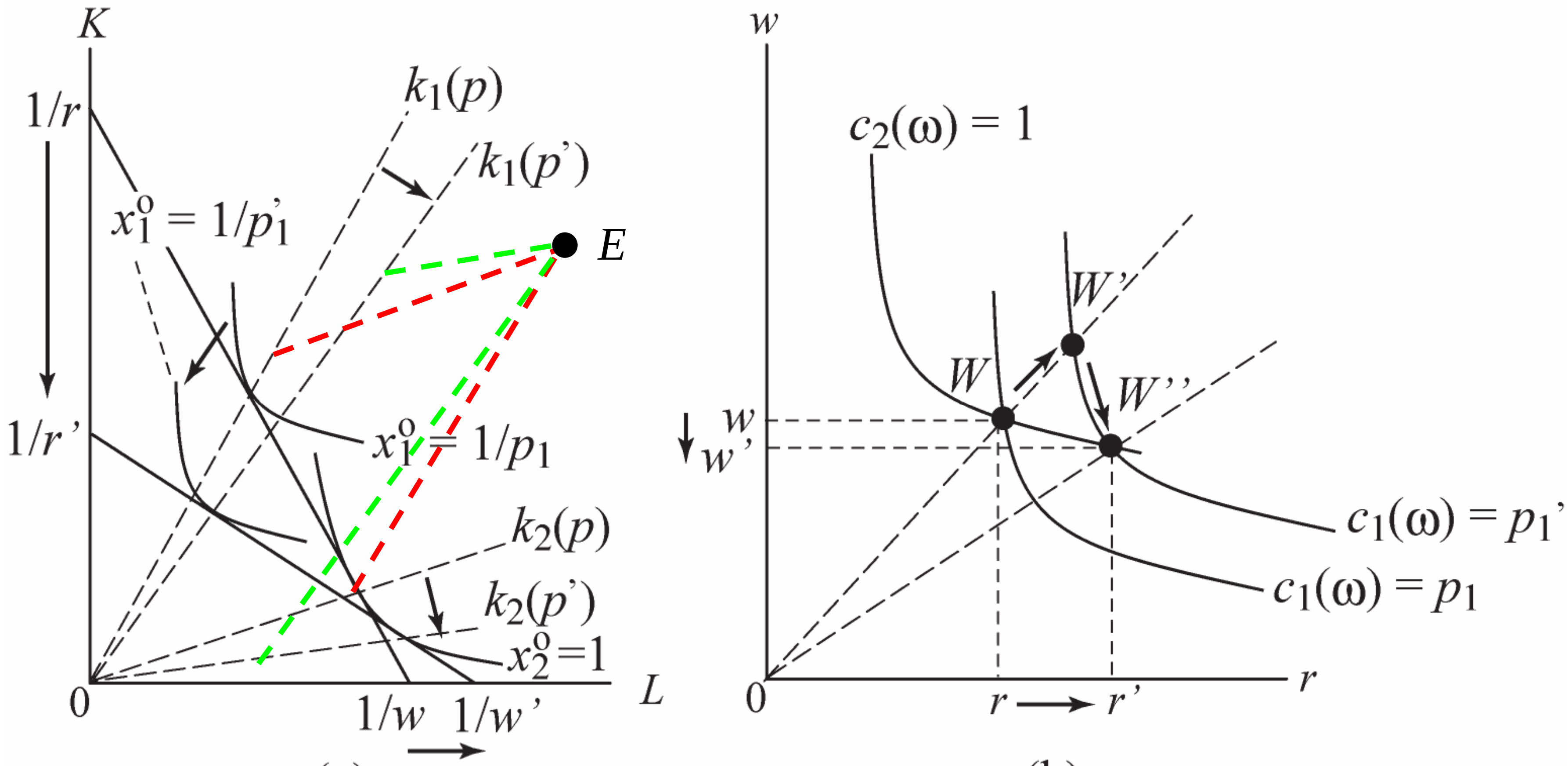


財２の相対価格下落

ステップ２）生産要素のセクター間移動と価格調整

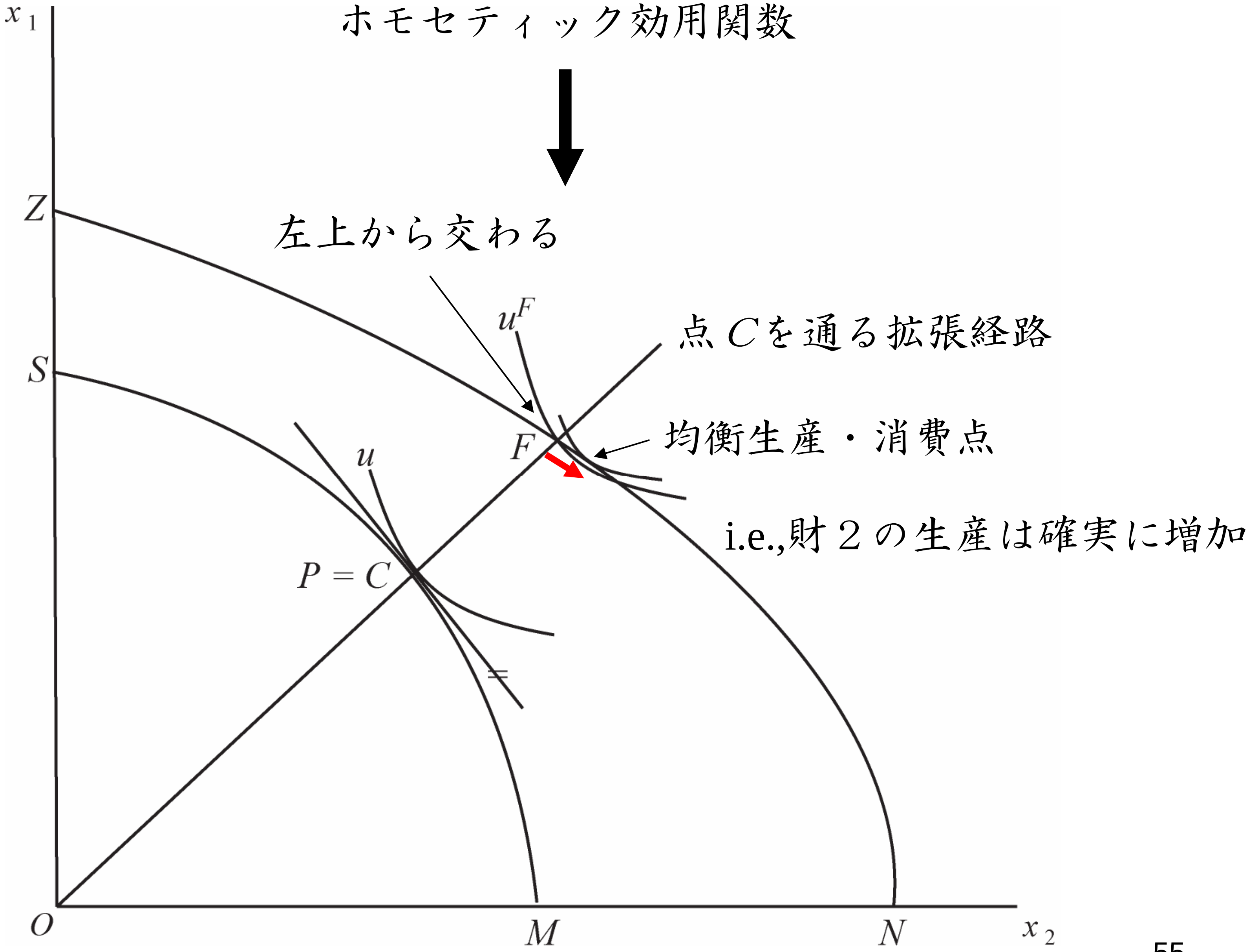
財２→財１への生産要素の移動＋労働集約度の上昇

(小国開放経済の場合ほど、財２の生産は拡大しない)

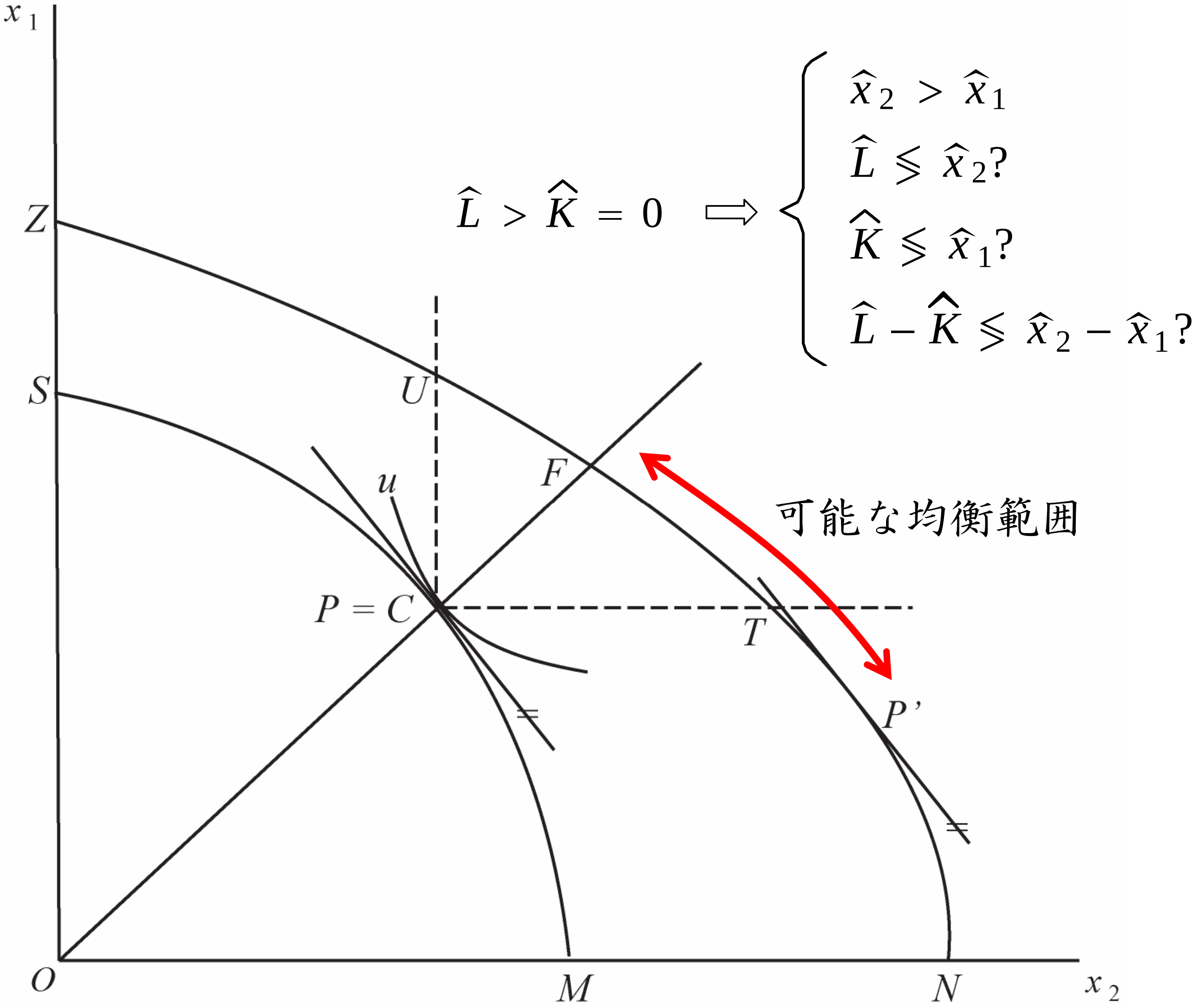


(a) (b)

ステップ３）均衡



x_1
ホモセティック効用関数
Z
左上から交わる
u^F
点 C を通る拡張経路
S
均衡生産・消費点
F
u
i.e.,財２の生産は確実に増加
$P = C$
=
O
M
N
x_2


x_1
Z
S
U
F
u
$P = C$
T
P'
O
M
N
x_2
$\hat{L} > \hat{K} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \hat{x}_2 > \hat{x}_1 \\ \hat{L} \lesseqgtr \hat{x}_2? \\ \hat{K} \lesseqgtr \hat{x}_1? \\ \hat{L} - \hat{K} \lesseqgtr \hat{x}_2 - \hat{x}_1? \end{cases}$
可能な均衡範囲

ストルパー＝サミュエルソン定理と拡大効果

仮定⑨(要素集約度の非逆転)　$\gamma_{K1} > \gamma_{K2}$

仮定：$\hat{p}_2 > \hat{p}_1 \longrightarrow \hat{w} > \hat{p}_2 > \hat{p}_1 > \hat{r}$

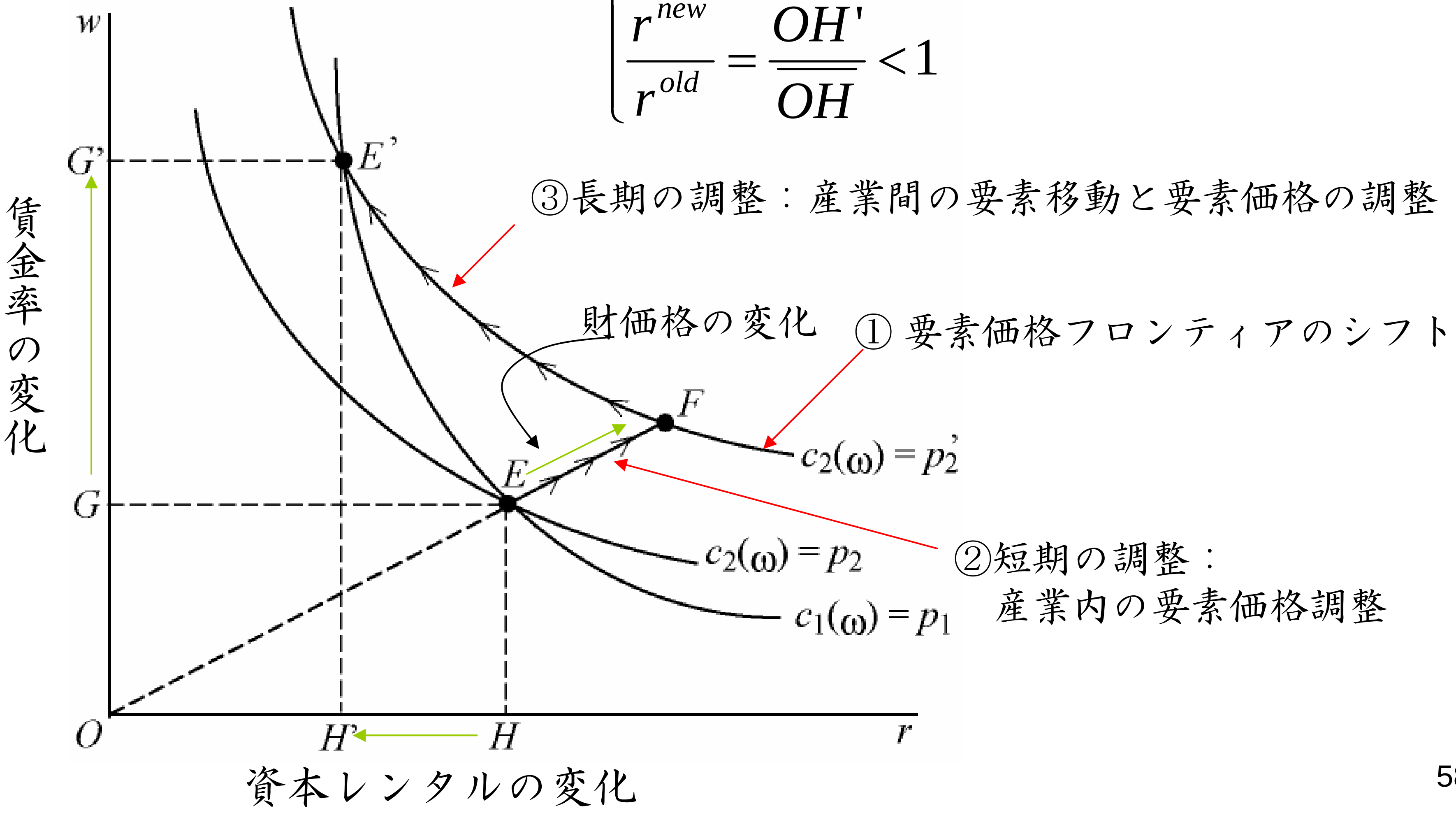
$$\gamma_{Ki}\hat{r} + \gamma_{Li}\hat{w} = \hat{p}_i \quad (6)$$

$$\begin{cases} \hat{r} - \hat{p}_1 = -\dfrac{\gamma_{L1}}{\underbrace{\gamma_{L2} - \gamma_{L1}}_{>0}} \underbrace{\left(\hat{p}_2 - \hat{p}_1\right)}_{>0} < 0 \\ \hat{w} - \hat{p}_2 = \dfrac{\gamma_{K2}}{\underbrace{\gamma_{K1} - \gamma_{K2}}_{>0}} \left(\hat{p}_2 - \hat{p}_1\right) > 0 \end{cases}$$

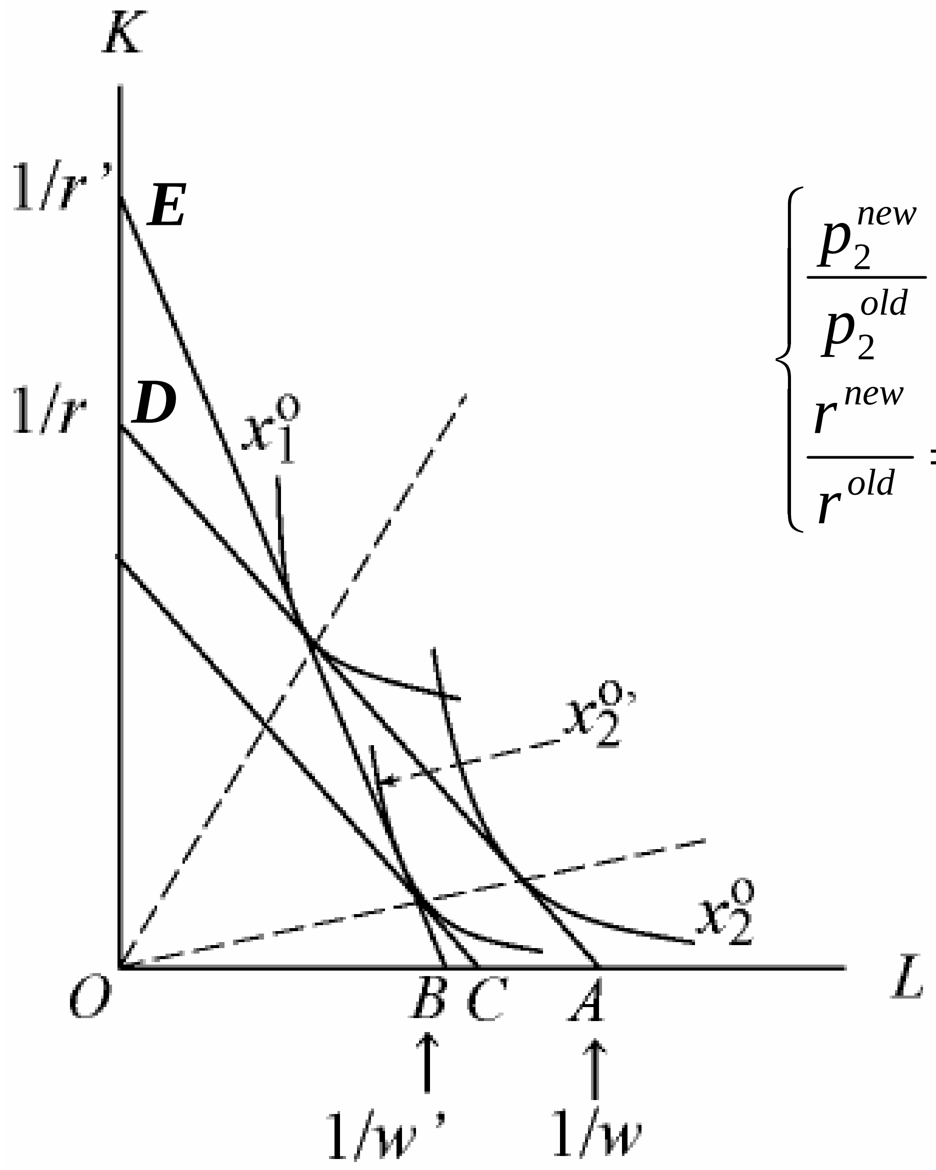
仮定E.9

要素価格フロンティアを用いた図説：$\hat{p}_2 > \hat{p}_1 = 0$ の場合

$$\begin{cases} \dfrac{p_2^{new}}{p_2^{old}} = \dfrac{\overline{OF}}{\overline{OE}} < \dfrac{\overline{OG'}}{\overline{OG}} = \dfrac{w^{new}}{w^{old}} \\ \dfrac{r^{new}}{r^{old}} = \dfrac{\overline{OH'}}{\overline{OH}} < 1 \end{cases}$$



単位価値等量曲線を用いた図説：$\hat{p}_2 > \hat{p}_1 = 0$ の場合



$$\begin{cases} \dfrac{p_2^{new}}{p_2^{old}} = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OC}} < \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \dfrac{w^{new}}{w^{old}} \\ \dfrac{r^{new}}{r^{old}} = \dfrac{\overline{OD}}{\overline{OE}} < 1 \end{cases}$$