B.3 費用最小化問題

生産要素価格・生産量所与

⇩

生産費用を最小化する生産要素投入量の決定

<u>利潤最大化問題より、まずは費用最小化問題</u>

① 利潤最大化の必要条件
② 利潤最大化問題＝“生産財価格の受容者としての”
利潤最大化問題

⬆

収穫一定・規模の経済の下で不適

§B.3.1. 生産費用の概念

定義B.26（固定費用－fixed cost)

生産計画期間中に投入量変更不可な生産要素費用

動学的費用
- ①埋没費用－sunk cost
- ②減価償却費－depreciation cost

静学的費用
- ③維持費用－maintenance cost
- ④経営管理費－management cost

etc.

定義B.27（可変費用－variable cost)

生産計画期間中に投入量可変な生産要素費用

定義B.28（限界費用－marginal cost)

産出量の限界的増加に伴う総生産費用の増分

第１生産要素以外を固定要素とする

固定生産費用

$$C_f(w_f, \bar{x}_f) \equiv \sum_{j=2}^{n} w_j \bar{x}_j \qquad \text{(B.14)}$$

fixed

総生産費用

$$C(y; w_1, w_f, \bar{x}_f) \equiv C_v(y; w_1, \bar{x}_f) + C_f(w_f, \bar{x}_f)$$

variable

(B.15)

投入量は最適化された状態

定義B.29（制約付要素需要関数

－constrained factor demand function)

$$h_1(y;\bar{x}_f) \equiv f^{-1}(y;\bar{x}_f)$$

費用関数：

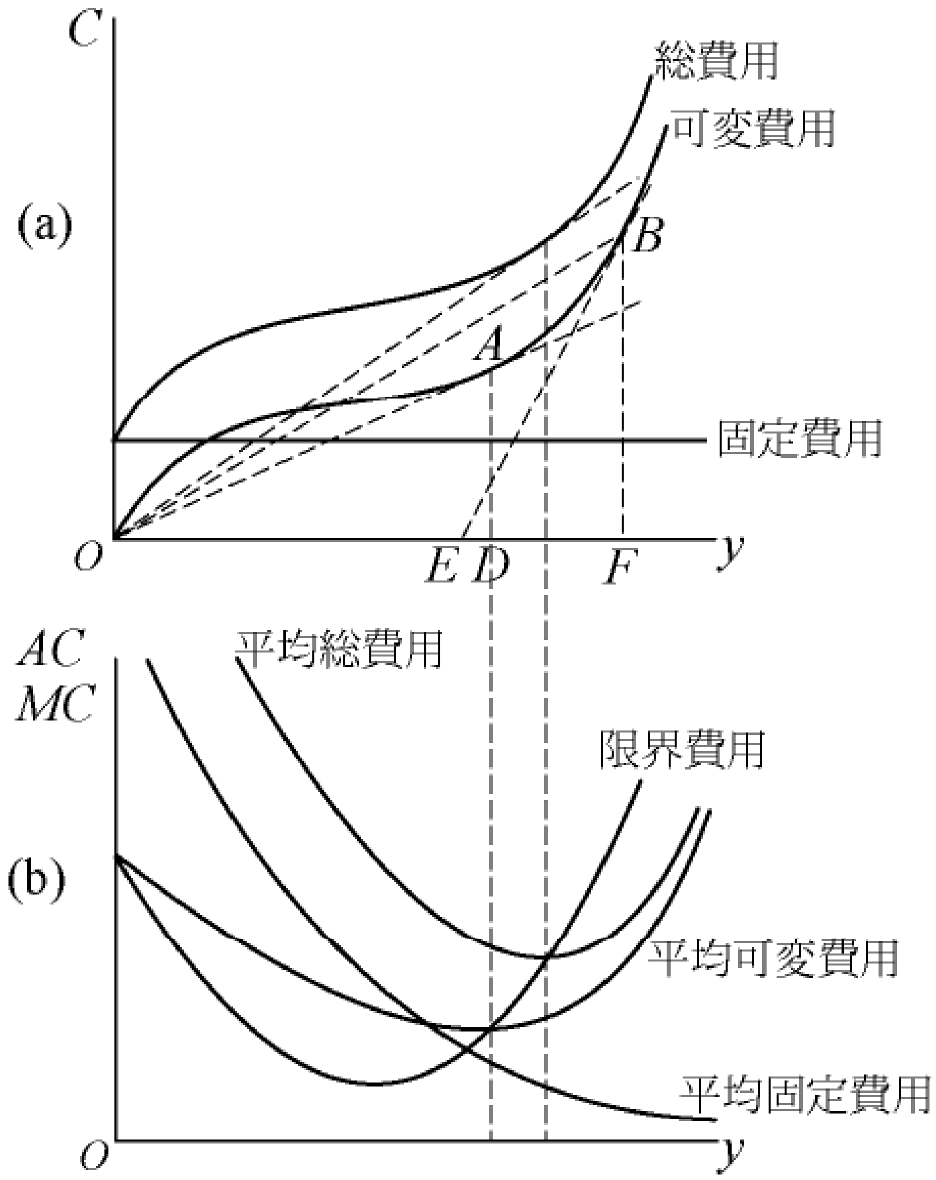
$$C(y;w_1,w_f,\bar{x}_f) \equiv w_1 h_1(y;\bar{x}_f) + C_f(w_f,\bar{x}_f) \quad \text{(B.16)}$$

平均可変費用－average variable cost: $AVC(y) \equiv C_v(y;w_1,\bar{x}_f)/y$

平均固定費用－average fixed cost: $AFC(y) \equiv C_f(\bar{x}_f,w_f)/y$

平均費用－average cost: $AC(y) \equiv AVC(y) + AFC(y)$

限界費用－marginal cost: $MC(y) \equiv \frac{\partial}{\partial y} C(y;w_1,w_f,\bar{x}_f)$


C
総費用
可変費用
(a)
B
A
固定費用
O
E D
F
y
AC
MC
平均総費用
限界費用
(b)
平均可変費用
平均固定費用
O
y

§B.3.2 費用最小化問題と費用関数の導出

$$\min_{x_v \in R_+^k} \sum_{i=1}^{k} w_i x_i + \sum_{i=k+1}^{n} w_i \bar{x}_i \qquad \text{(B.18)}$$

$$s.t. \quad f(x_v; \bar{x}_f) = y$$

$$\min_{x_v \in R_+^k} \sum_{i=1}^{k} w_i x_i \qquad \text{(B.19)}$$

$$s.t. \quad f(x_v; \bar{x}_f) = y$$

<u>費用最小化問題</u>

$$\min_{x_v \in R_+^k} \sum_{i=1}^{k} w_i x_i$$

$$s.t. \quad f(x_v; \bar{x}_f) - y \geq 0 \longleftarrow \text{不等号制約}$$

等号制約付最大化／最小化問題

$$\max_{x \in R_+^k} h(x) \qquad \min_{x \in R_+^k} h(x)$$

$$s.t. \quad g(x) \le y \qquad s.t. \quad g(x) \ge y$$

⇩

ラグランジュ未定乗数法

⇩

ラグランジュ関数の設定

$$L(x, \lambda) \equiv h(x) + \lambda[y - g(x)]$$

ラグランジュ乗数：「最適において」

制約の限界的な変化分→目的関数の変化分？
産出量の１単位増加→生産費用の増分？

最小化１階条件

(i) $$\begin{cases} \dfrac{\partial L(x^*,\lambda^*)}{\partial x_i} \geq 0 \\[2ex] x_i^* \dfrac{\partial L(x^*,\lambda^*)}{\partial x_i} = 0 \end{cases}$$

(ii) $$\begin{cases} \dfrac{\partial L(x^*,\lambda^*)}{\partial \lambda} \leq 0 \\[2ex] \lambda^* \dfrac{\partial L(x^*,\lambda^*)}{\partial \lambda} = 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial L(x^*,\lambda^*)}{\partial x_i} = \frac{\partial h(x^*)}{\partial x_i} - \lambda^* \frac{\partial g(x^*)}{\partial x_i}$$

内点解: $= 0 \;\rightarrow\; x_i^* > 0$

端点解: $> 0 \;\rightarrow\; x_i^* = 0$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial L(x^*,\lambda^*)}{\partial \lambda} = y - g(x^*)$$

制約が有効: $= 0 \;\rightarrow\; \lambda^* > 0$

$0 < \;\rightarrow\; \lambda^* = 0$

費用最小化問題

$$L(x_v, \lambda) = \sum_{i=1}^{k} w_i x_i + \lambda\{y - f(x_v; \bar{x}_f)\} \qquad \text{(B.15)}$$

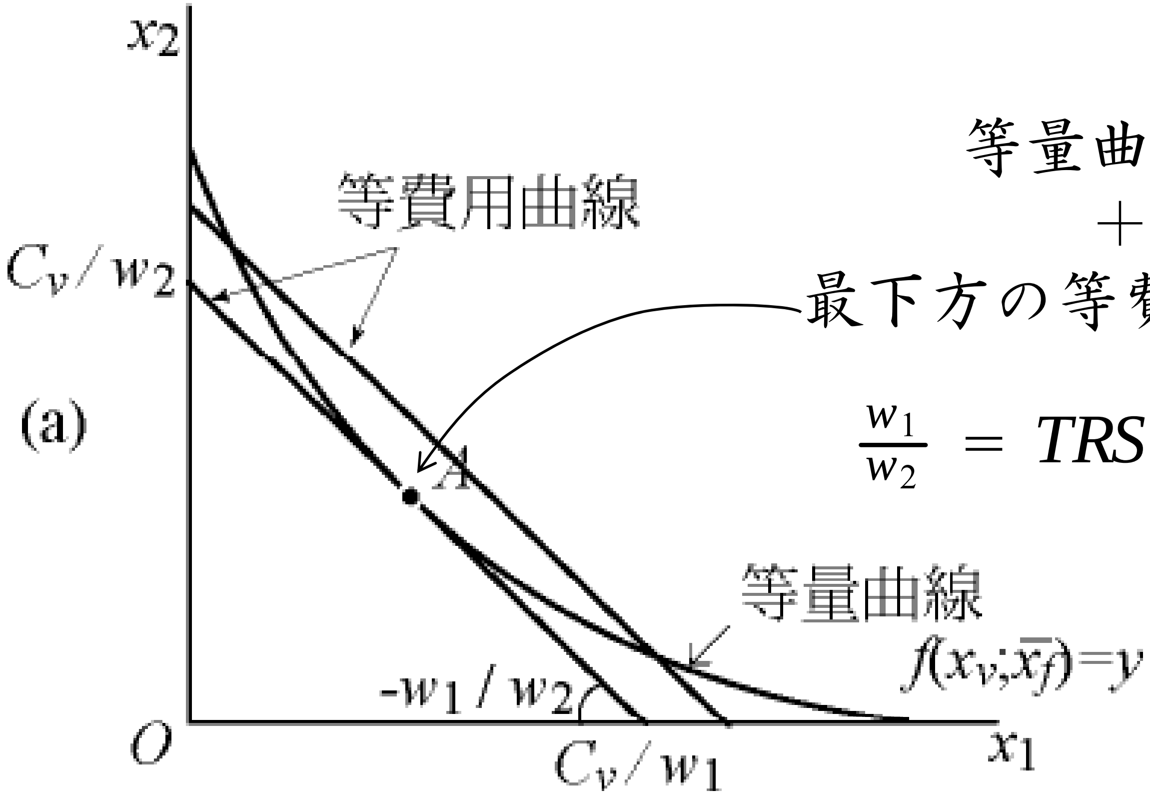
最適の１階条件－first-order condition (FOC)

内点解： $w_i = \lambda^* \dfrac{\partial}{\partial x_i} f(x_v^*; \bar{x}_f) \quad \text{if } x_i^* > 0,$ (B.16)

端点解： $w_i \geq \lambda^* \dfrac{\partial}{\partial x_i} f(x_v^*; \bar{x}_f) \quad \text{if } x_i^* = 0$ (B.17)

生産制約： $f(x_v^*; \bar{x}_f) = y$ (B.18)

費用最小化の１階条件図解(内点解の場合)



等量曲線上
＋
最下方の等費用直線上

$$\frac{w_1}{w_2} = TRS_{12}(x_v^*, y; \bar{x}_f)$$

$$\frac{w_i}{\frac{\partial}{\partial x_i} f(x_v^*; \bar{x}_f)} = \lambda^*$$

要素 *i* を増加して産出量を１単位増加するための費用

最適における限界費用

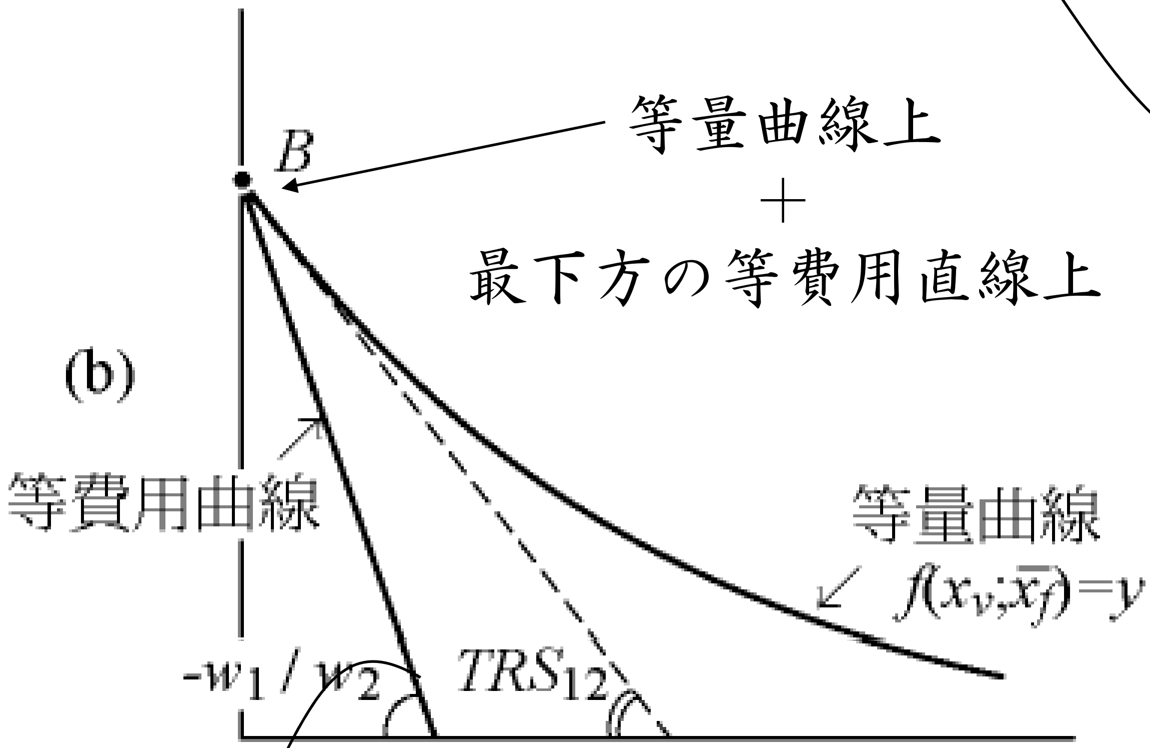
費用最小化の１階条件図解(端点解の場合)

要素1を増加して産出量を
１単位増加するための費用

$$\frac{w_1}{\frac{\partial}{\partial x_1} f(x_v^*;\bar{x}_f)} \geq \lambda^*$$

最適における限界費用

等量曲線上
＋
最下方の等費用直線上

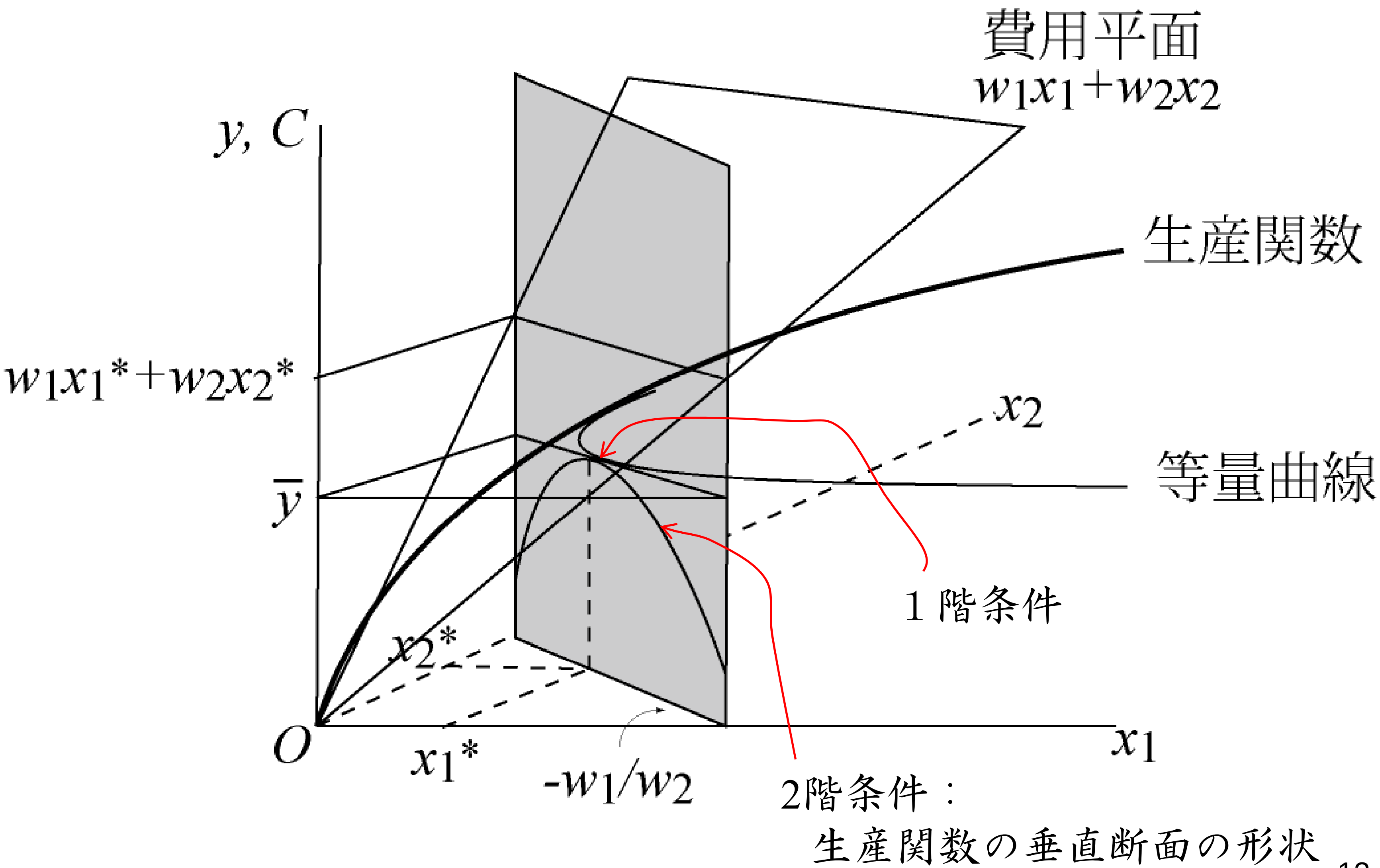


$$\frac{w_2}{\frac{\partial}{\partial x_2} f(x_v^*;\bar{x}_f)} = \lambda^*$$

要素１の価格が高い

$$\frac{w_1}{w_2} \geq TRS_{12}(x_v^*, y; \bar{x}_f)$$

費用最小化の２階条件図解(内点解の場合)



テーラー展開（２変数の場合)

$$f(x+\Delta x, y+\Delta y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^k f$$

２次までの近似：

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) \approx$$

$$f(x,y) + \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \Delta y \right)$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \Delta x^2 + 2 \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \Delta y^2 \right)$$

生産関数の最適解近傍でのテイラー展開

$$
\begin{aligned}
f(x_1^* + \varepsilon_1, x_2^* + \varepsilon_2) \approx\ & f(x_1^*, x_2^*) + \frac{\partial f}{\partial x_1}\varepsilon_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\varepsilon_2 \\
& + \frac{1}{2}\left\{ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\varepsilon_1^2 + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\varepsilon_1\varepsilon_2 + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\varepsilon_2^2 \right\} \\
=\ & f(x_1^*, x_2^*) + (f_1, f_2)\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} \\
& + \frac{1}{2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

$\Downarrow$

１階条件：

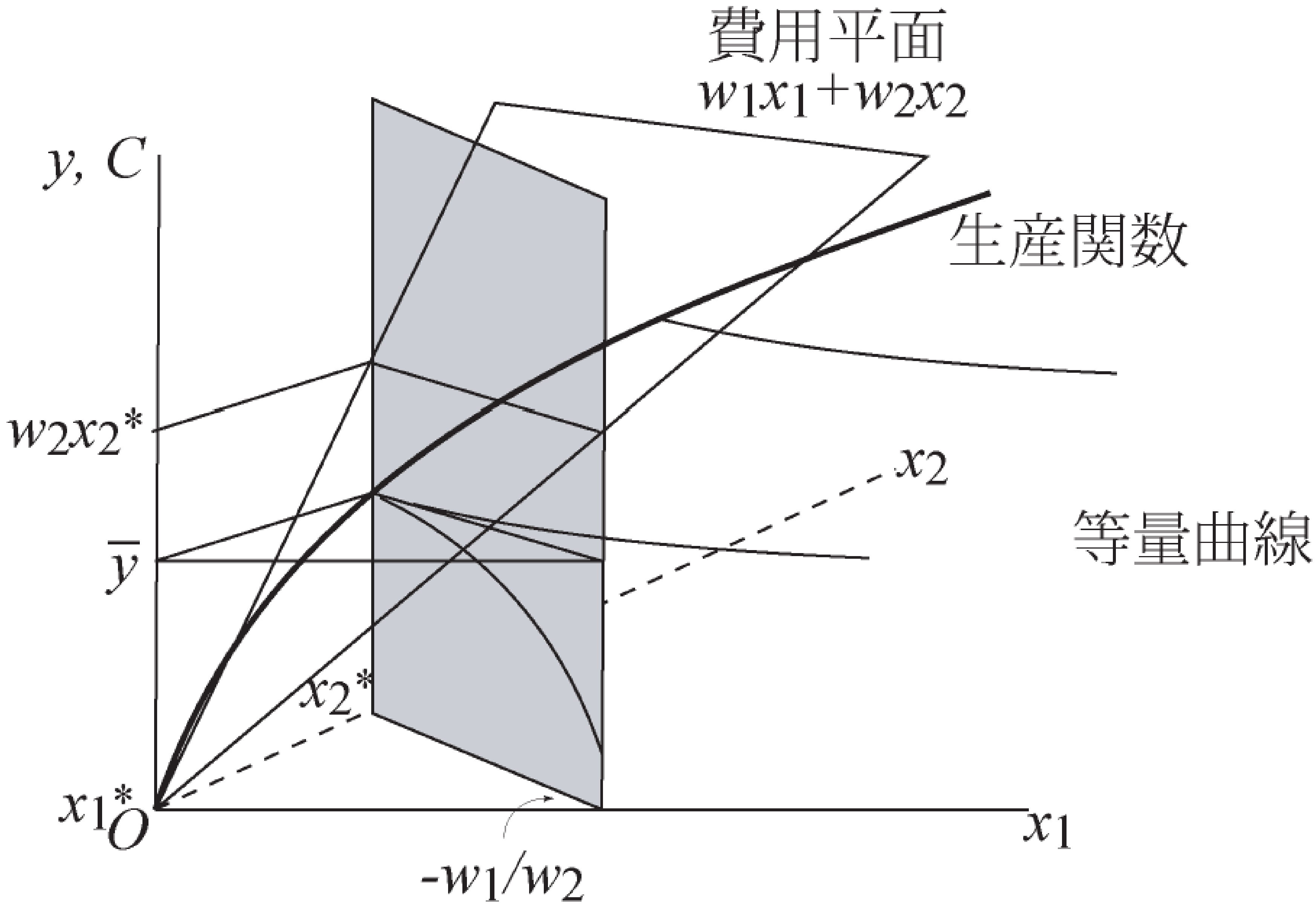
$$f_1\varepsilon_1 + f_2\varepsilon_2 = 0$$

fが上に凸

$$\boxed{(\varepsilon_1, \varepsilon_2)\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} \leq 0} \quad s.t.\ (f_1, f_2)\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} = 0$$

$D^2_{x_v} f(x_v^*; \bar{x}_f)$ が半負値定符号

費用最小化の２階条件図解(端点解の場合)



定義B.30（代替の弾力性）

所与の産出量の下で(同一等量曲線上で)

生産要素価格比 w_i/w_j の変化
↓
費用最小化投入量比 x_i/x_j の変化

変化率の比＝代替の弾力性

$$\sigma_{ij}(x^*) = -\frac{d(x_i^*/x_j^*)}{d(w_i/w_j)}\frac{w_i/w_j}{x_i^*/x_j^*} \qquad \text{(B.31)}$$

↑

$h(y; w_v, \bar{x}_f)$

代替の弾力性の解釈

$$d\left(\frac{w_i x_i}{w_j x_j}\right) = \frac{x_i}{x_j} d\left(\frac{w_i}{w_j}\right) + \frac{w_i}{w_j} d\left(\frac{x_i}{x_j}\right)$$

要素間の
費用分配比

$$= \left\{1 + \frac{w_i/w_j}{x_i/x_j}\frac{d(x_i/x_j)}{d(w_i/w_j)}\right\}\frac{x_i}{x_j} d\left(\frac{w_i}{w_j}\right)$$

$$= (1-\sigma)\frac{x_i}{x_j} d\left(\frac{w_i}{w_j}\right)$$

σ＞１（弾力性高)

⇒ 価格上昇 ＜ |需要減少| ⇒ 費用シェア↘

σ＜１（弾力性低)

⇒ 価格上昇 ＞ |需要減少| ⇒ 費用シェア↗

σ=１

⇒ 価格上昇 = 需要減少 ⇒ 費用シェア ：一定

§B.3.3 長期・短期費用の関係

長期費用
最小化問題

$$\min_{x_v \in R^n_+} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

$$s.t. \quad f(x) = y$$

最適解

$\Longrightarrow$ $$h(y;w) = (h_1(y;w), \dots, h_n(y;w))$$

$\Longrightarrow$ $$C(y;w) = \sum_{i=1}^{n} w_i h_i(y;w)$$

$$C(y;w) = \min_{x_f} \underbrace{C(y;w_v,w_f,x_f)}_{\text{短期費用}}$$

最適解

$\Longrightarrow$ $$h_f(y;w) = x_f^* = (x_{k+1}^*, \dots, x_n^*)$$

$\Longrightarrow$ $$C(y;w) = C(y;w_v,w_f,h_f(y;w))$$

長期・短期限界費用

$$\frac{\partial}{\partial y}C(y;w) = \frac{\partial}{\partial y}C(y;w_v,w_f,h_f(y;w)) \qquad \text{(B.43)}$$

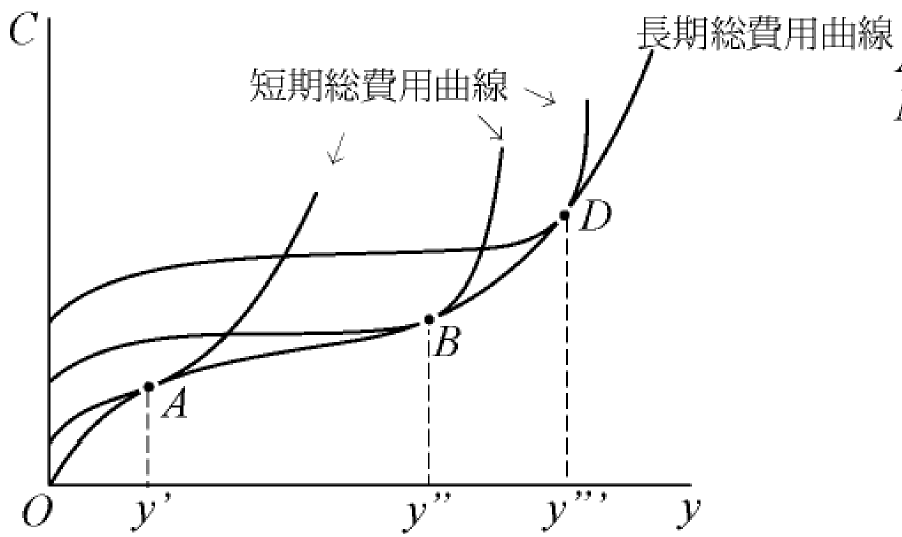
$$= \frac{\partial}{\partial y}C(y;w_v,w_f,x_f^*) + \underbrace{\sum_{i=k+1}^{n} \overset{0}{\overset{\parallel}{\frac{\partial}{\partial x_i}C(y;w_v,w_f,x_f^*)}}\frac{\partial}{\partial y}h_i(y;w)}_{}$$

固定要素投入量の最適化
を通した費用の増分

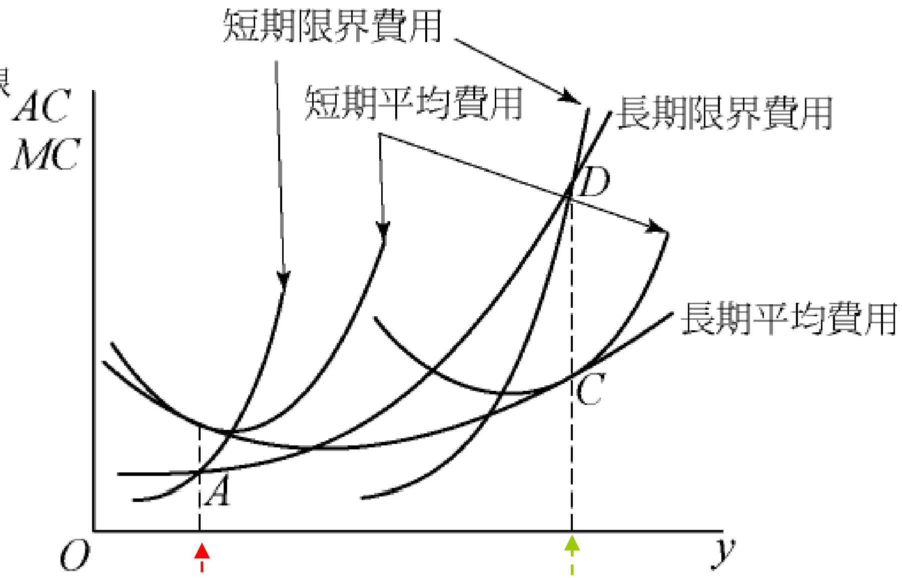
$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial y}C(y;w) = \frac{\partial}{\partial y}C(y;w_v,w_f,x_f^*) \qquad \text{(B.45)}$$

長期費用曲線＝短期費用曲線の下側包絡線
(平均費用曲線についても同じ)



図B.21



図B.22

§B.3.4 費用関数の性質

事実B.16（費用関数と産出量）

$$y' > y \Rightarrow C(y';w) \geq C(y;w)$$

非減

$$C(y;w) = \inf\{w \cdot x : x \in \mathrm{V}(y)\} \quad \forall w >> 0$$

i.e., $C(y;\cdot)$ ：V(y)の支持関数

$$y' > y \Rightarrow \mathrm{V}(y') \subseteq \mathrm{V}(y)$$

$$\Downarrow$$

$$y' > y \Rightarrow C(y';w) \geq C(y;w)$$

NOTE：Cが微分可能 ⇒ $\dfrac{\partial}{\partial y} C(y;w) \geq 0$

↑ラグランジュ乗数

事実B.17（費用関数は要素価格に関して非減少)

$$w' \geq w \Rightarrow C(y;w') \geq C(y;w)$$

費用最小化

$$\begin{aligned} C(y;w) = w \cdot h(y;w) &\leq w \cdot h(y;w') \\ &\leq w' \cdot h(y;w') = C(y;w') \end{aligned}$$

$w' \geq w$

事実B.18（費用関数は要素価格に関する１次同次）

$$C(y;tw) = tC(y;w) \quad \forall\, t > 0$$

費用関数の定義により

$$C(y;tw) = tw \cdot h(y,tw) \leq tw \cdot h(y,w)$$

もし強い不等号が成立するならば

$$tw \cdot h(y,tw) < tw \cdot h(y,w)$$

$$\Downarrow \ t \text{ で割る}$$

$$w \cdot h(y,tw) < w \cdot h(y,w)$$ ：費用最小化に矛盾

事実B.19（費用関数の凹性⇒要素価格フロンティアの凸性）

$$w'' = \lambda w + (1 - \lambda)w' \quad (0 \leq \lambda \leq 1)$$

$$\Downarrow$$

$$C(y; w'') \geq \lambda C(y; w) + (1 - \lambda)C(y; w')$$

<u>証明</u>

$$C(y; w) \leq \sum_{i=1}^{n} w_i x_i''$$

$$C(y; w') \leq \sum_{i=1}^{n} w_i' x_i''$$

$$C(y; w'') = \sum_{i=1}^{n} w_i'' x_i''$$

事実B.20（費用関数は要素価格に関して連続）

凹関数⇒連続関数

双対性による幾何学的解説：等量曲線と要素価格フロンティア

定義B.31 要素価格フロンティア－factor price frontier

$$\{w_v \equiv (w_1, \ldots, w_k) \in R_+^k | C_v(y; w_v, \bar{x}_f) = \overline{C}_v\}$$

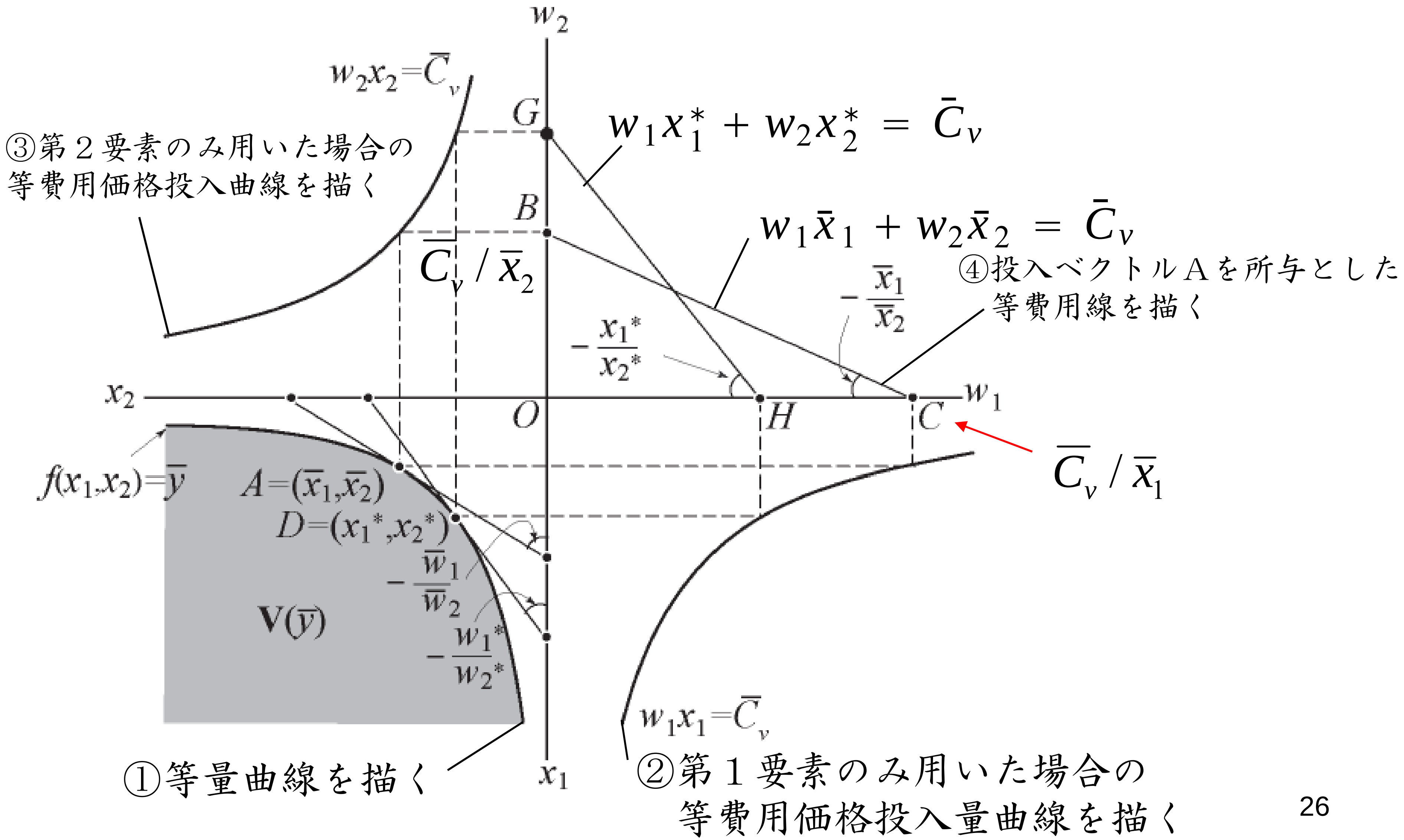
産出量＋生産費用所与

↓

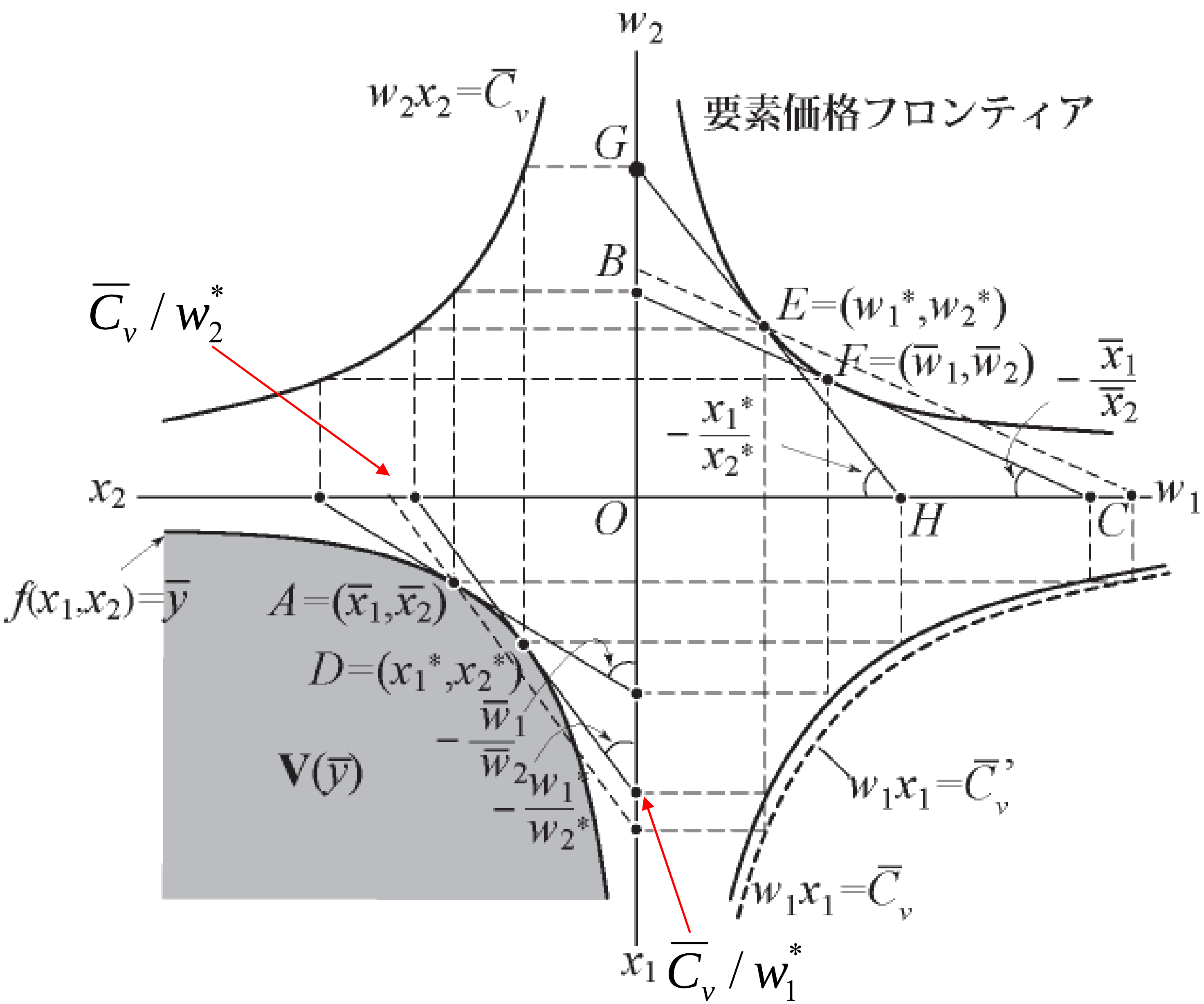
費用最小化と整合する要素価格ベクトルの集合

要素価格フロンティアの描き方

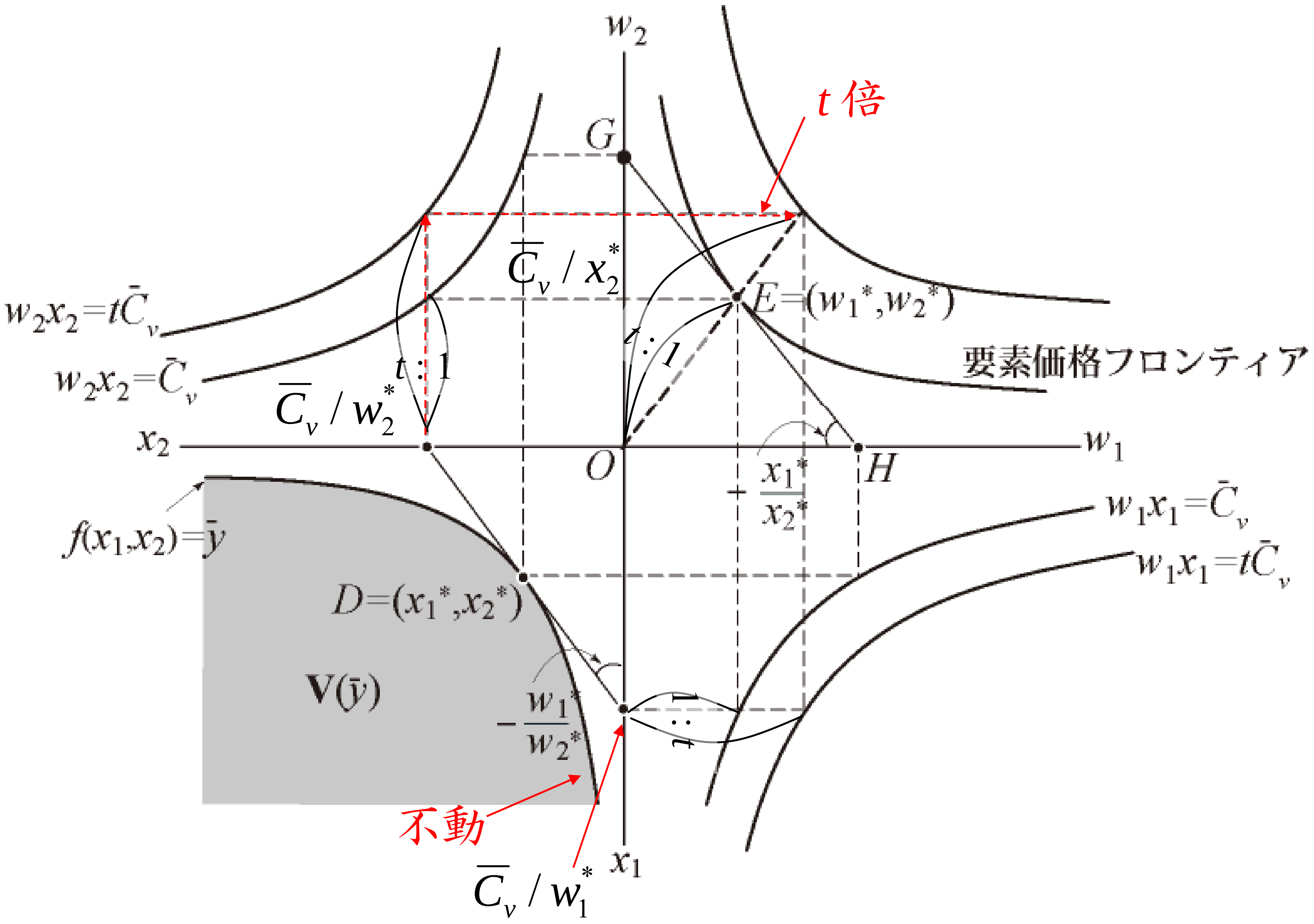
Step 1. 投入量象限上・要素価格象限上の等費用線



Step.2. 要素価格フロンティアの構成



費用関数の要素価格に関する１次同次性



$$\min_{x_v \in R_+^k} \sum_{i=1}^{k} w_i x_i \qquad \text{双対問題} \qquad \max_{w_v} C_v(y; w_v, \bar{x}_f)$$

$$s.t. \quad f(x_v; \bar{x}_f) = y \qquad \Longleftrightarrow \qquad s.t. \quad \sum_{i=1}^{k} w_i x_i^* = \overline{C}_v \tag{B.44}$$

双対性

要素投入量に関する準凹生産関数 $\Longleftrightarrow$ 要素価格に関する凹費用関数

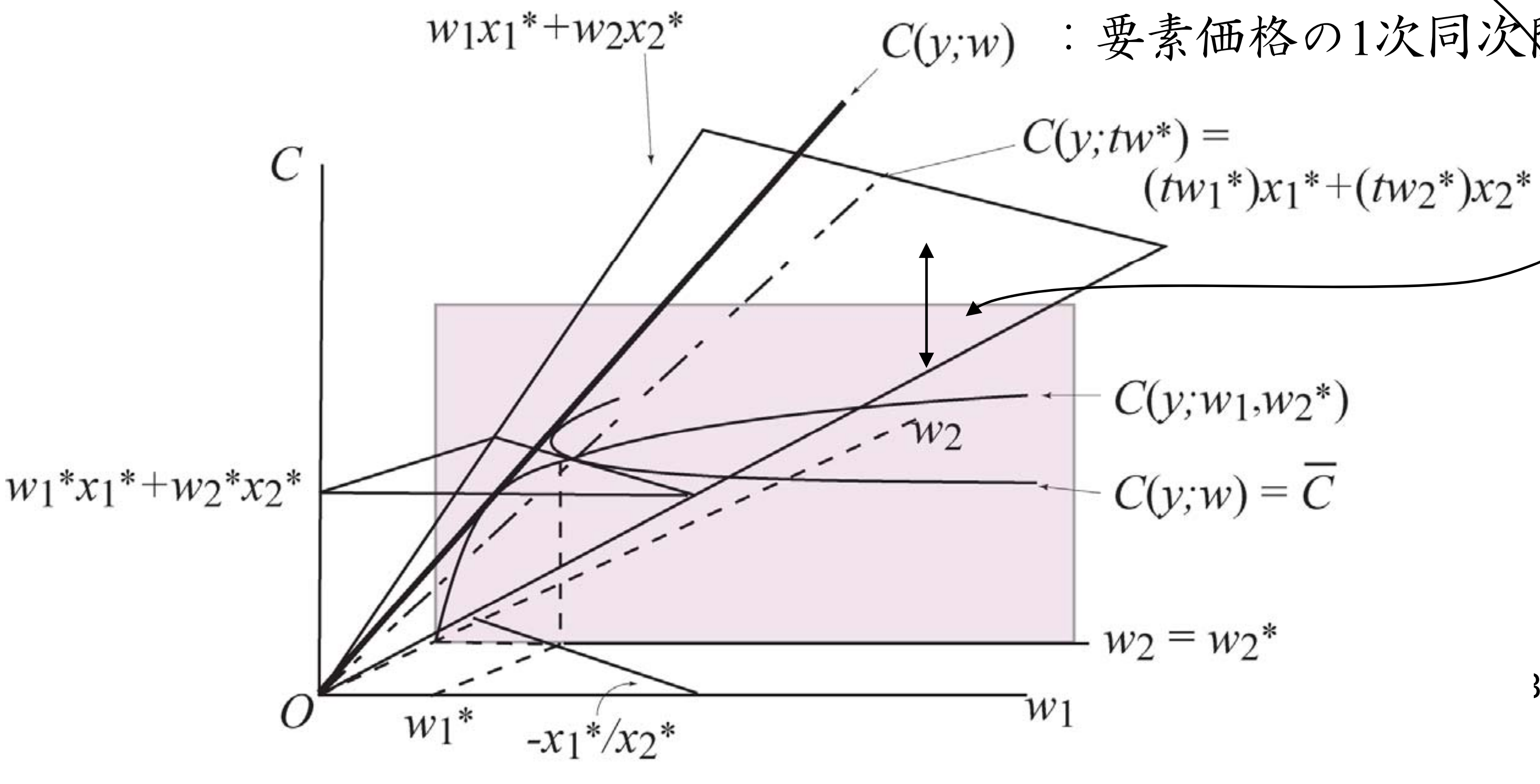
事実B.21（シェパードの補題－Shephard's lemma）

$$C\text{が}w^*\text{で微分可能}\Rightarrow \frac{\partial}{\partial w_i}C(y;w^*) = h_i(y;w^*)$$

証明： $x_i^* \equiv h_i(y;w^*)$

$$\phi(y;w) = C(y;w) - \sum_{i=1}^{n} w_i x_i^* \leq 0$$

：要素価格の1次同次関数

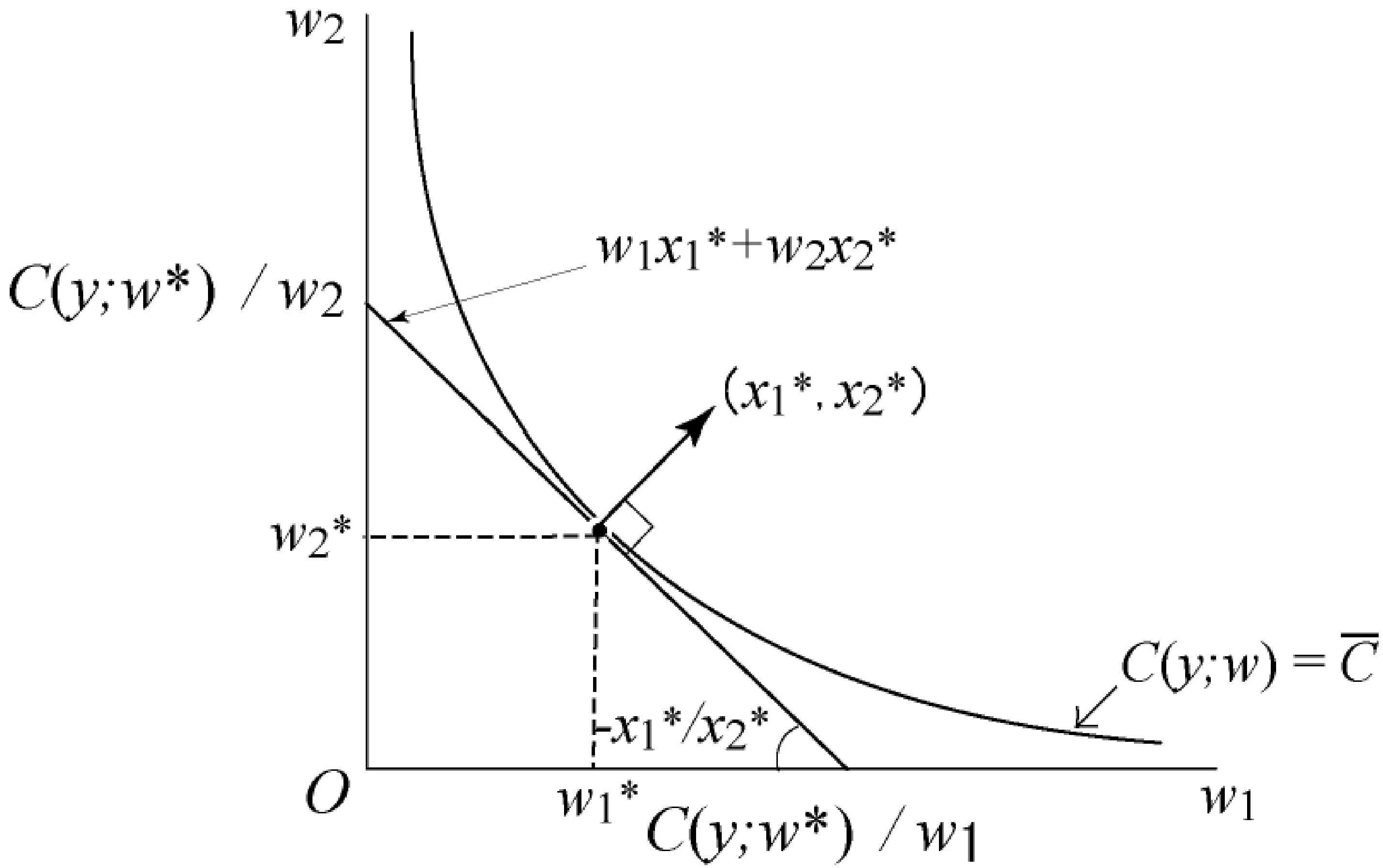


$$\text{FOC:} \quad \frac{\partial}{\partial w_i}\phi(y; w^*) = \frac{\partial}{\partial w_i}C(y; w^*) - x_i^* = 0$$

事実B.22（要素価格フロンティアの勾配ー双対問題１階条件）

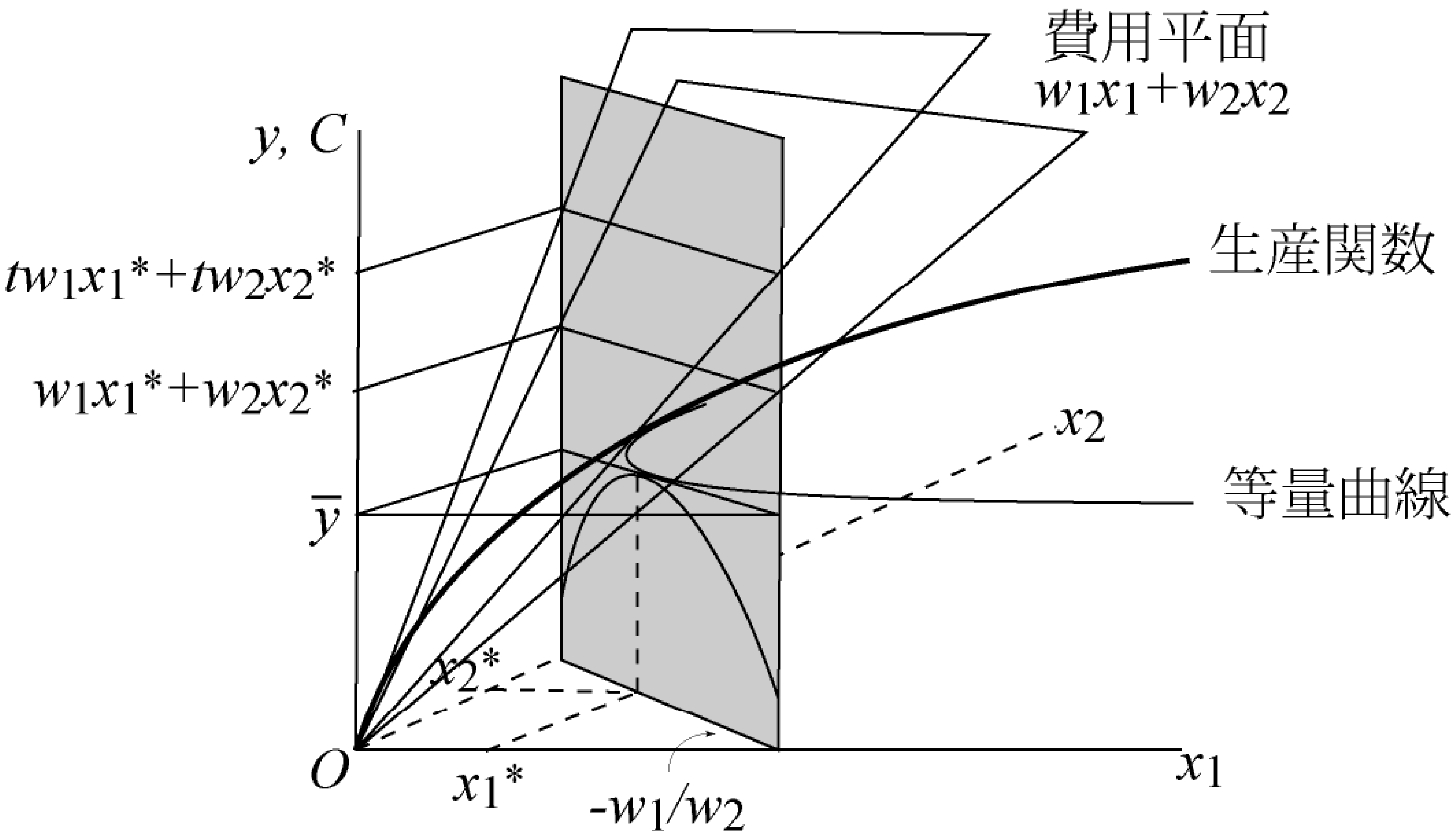
$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial w_i} C_v(\bar{y}; w^*) dw_i = \sum_{i=1}^{n} x_i^* dw_i = 0$$

$$-\left.\frac{dw_i}{dw_j}\right|_{\substack{dC=0 \\ dy=0 \\ dw_l=0,\ l\neq i,j}} = \frac{x_j^*}{x_i^*} > 0$$


w_2
$w_1x_1^*+w_2x_2^*$
$C(y;w^*)\ /\ w_2$
(x_1^*, x_2^*)
w_2^*
$C(y;w) = \overline{C}$
$-x_1^*/x_2^*$
O
w_1^*
$C(y;w^*)\ /\ w_1$
w_1

事実B.23(i)(制約付要素需要関数の要素価格に関する０次同次)

$$h_i(y;w_v,\bar{x}_f) = h_i(y;tw_v,\bar{x}_f) \quad \forall\, t > 0$$



事実B.23 (ii)

費用関数の要素価格に関する凹性

＋

２階微分可能性

半負値定符号　　　　対称

シェパードの補題

<u>要素価格に関して非増</u>

$$\frac{\partial}{\partial wi} h_i(y;w^*) \leq 0$$

<u>交叉効果の対称性</u>

$$\frac{\partial}{\partial w_j} h_i(y;w^*) = \frac{\partial}{\partial w_i} h_j(y;w^*)$$

$$D_w C(y;w) = h(y,w)$$

$$dh = D_w^2 C(y;w) dw$$

<u>制約付要素需要逓減の法則：</u>

$$dw \cdot dh = dw \cdot D_w^2 C(y;w^*) dw \leq 0$$

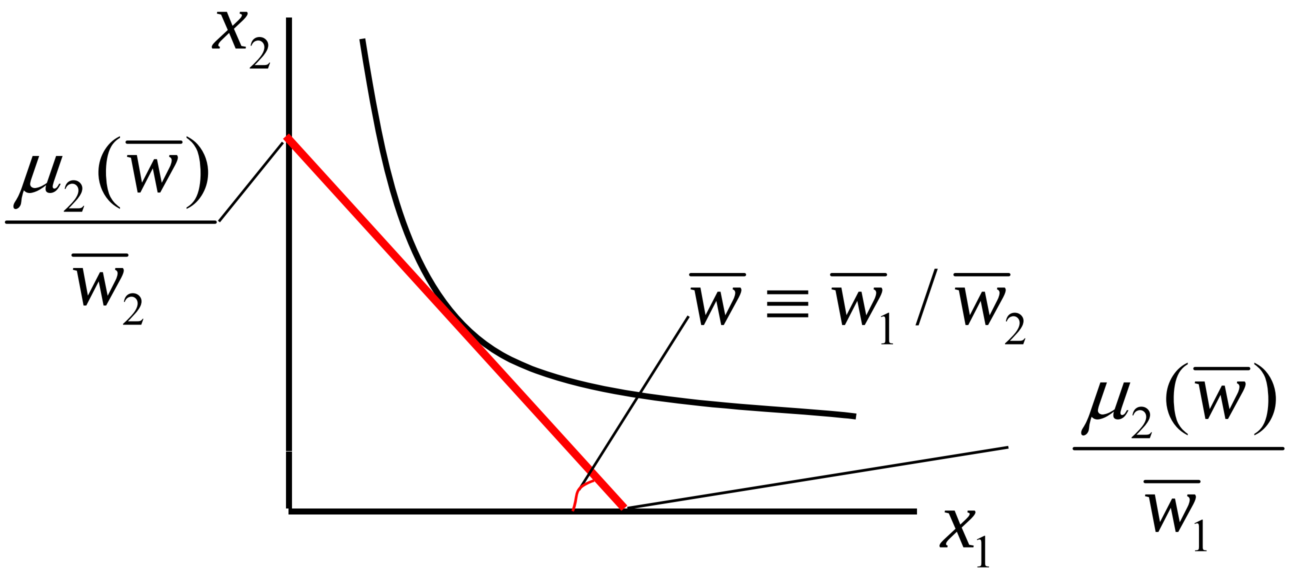
補足：シェパードの補題と双対定理

定義：支持関数－support function －

非空の閉集合： $V \subset R^m$

任意の $w \in R^m$ についてのVの支持関数：

$$\mu_m(w) = \inf\{w \cdot x : x \in V\}$$



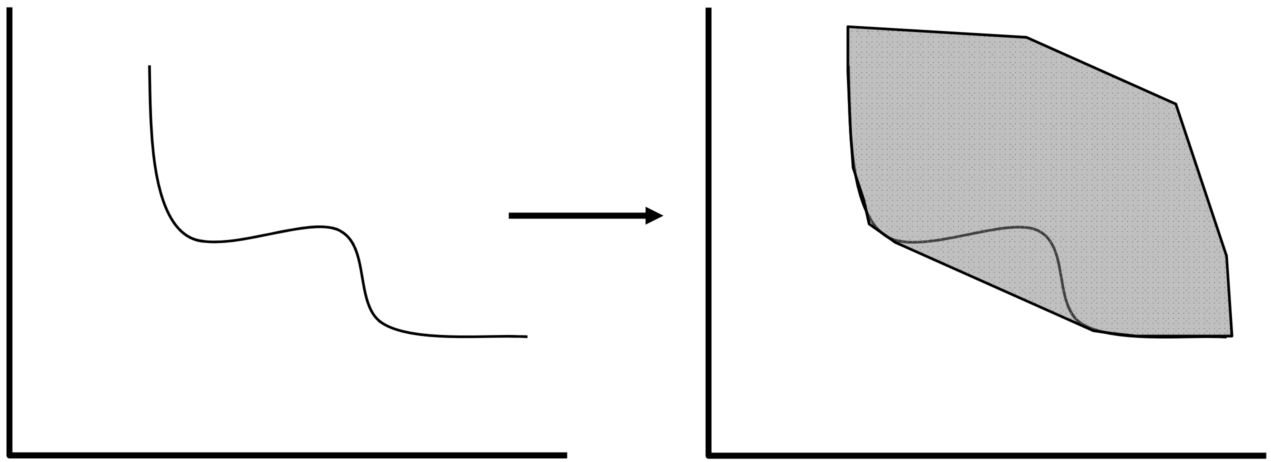
観察①

Vが凸 $\Rightarrow$

$$V = \{x \in R^m : w \cdot x \geq \mu_m(w)\ \forall w \in R^m\}$$

Vが非凸 $\Rightarrow$

$$V\text{の凸包} = \{x \in R^m : w \cdot x \geq \mu_m(w)\ \forall w \in R^m\}$$



観察②

・一次同次
・凸関数

$$w'' = \alpha w + (1-\alpha) w' \quad \forall \alpha \in [0,1]$$

$$\Downarrow$$

$$\exists x \in V \quad s.t. \quad \mu_m(w'') = w'' \cdot x$$

$$\Downarrow$$

$$\mu_m(w'') = \alpha w \cdot x + (1-\alpha) w' \cdot x$$

$$\geq \alpha \mu_m(w) + (1-\alpha) \mu_m(w')$$

双対定理－The duality theorem

V：非空閉集合

$\mu_m(\cdot)$： Vの支持関数

$$\Downarrow$$

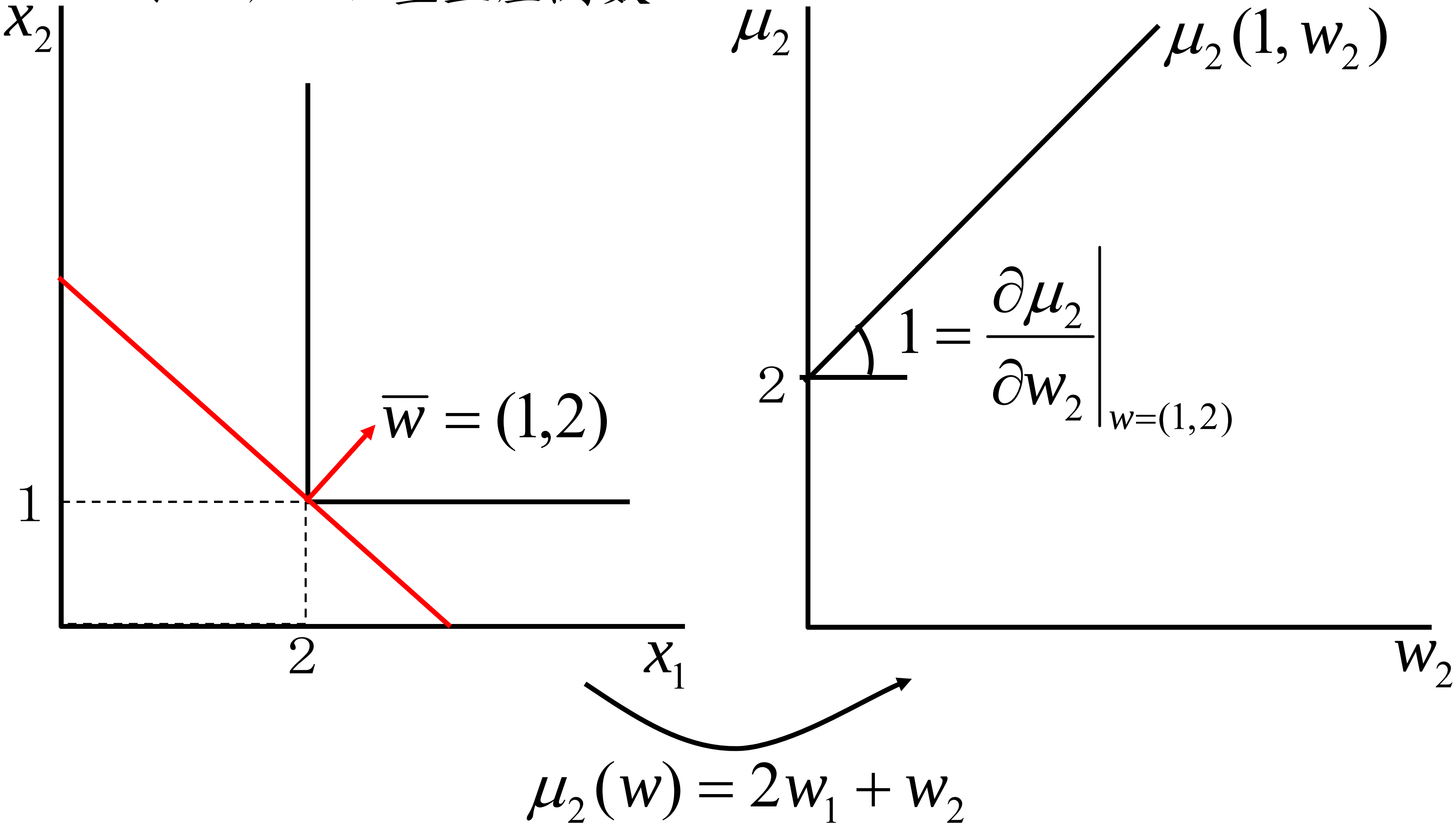
$\exists$ 唯一の $\overline{x} \in V \ s.t. \ \overline{w} \cdot \overline{x} = \mu_m(\overline{w})$

$\Leftrightarrow \mu_m(\cdot)$ が $\overline{w}$ において微分可能

$$\Downarrow$$

$$\nabla \mu_m(\overline{w}) = \overline{x}$$

レオンチェフ型生産関数



事実B.24（収穫一定技術と費用関数）

生産関数 $f(x)$ が収穫一定 $\Rightarrow C(y;w), h_i(y;w)$ も収穫一定

$$h(y;w): CRS\ in\ y \quad \Rightarrow \quad C(y;w): CRS\ in\ y$$

$$\uparrow$$

$$C(y;w) = w \cdot h(y;w)$$

i.e.,

$$\boxed{x \in h(y;w) \Rightarrow \lambda x \in h(\lambda y;w)}$$

を示せばよい。

Step 1) $\forall x'\ s.t.\ f(x') \geq \lambda y \ \Rightarrow w \cdot x' \geq w \cdot (\lambda x)$

$$\Rightarrow \lambda h(y;w) \subset h(\lambda y;w)$$

Step 2) $\lambda h(y;w) \supset h(\lambda y;w)$

i.e., xをλ倍した投入ベクトルが最小費用で産出量λyを実現できる

$x \in h(y; w)$ とする

$\downarrow$

任意の $x' \in R_+^m$ について：

$$f(x') \geq \lambda y \Rightarrow \lambda^{-1} f(x') \geq y$$

$\downarrow$ f が収穫一定：

$$f(\lambda^{-1} x') = \lambda^{-1} f(x')$$

$$\Rightarrow f(\lambda^{-1} x') \geq y$$

$\downarrow$ $x \in h(y; w)$

$$\Rightarrow w \cdot (\lambda^{-1} x') \geq w \cdot x$$

$$w\cdot(\lambda^{-1}x') \geq w\cdot x$$

両辺λかける

$$w\cdot x' \geq w\cdot(\lambda x)$$

i.e., xをλ倍した
投入ベクトルが
最小費用で産出量λy
を実現できる

$$f(\lambda x) = \lambda y$$

$$f(x') \geq \lambda y$$

$$\lambda x \in h(\lambda y; w)$$

$$x \in h(y; w)$$

$$\lambda h(y; w) \subset h(\lambda y; w)$$

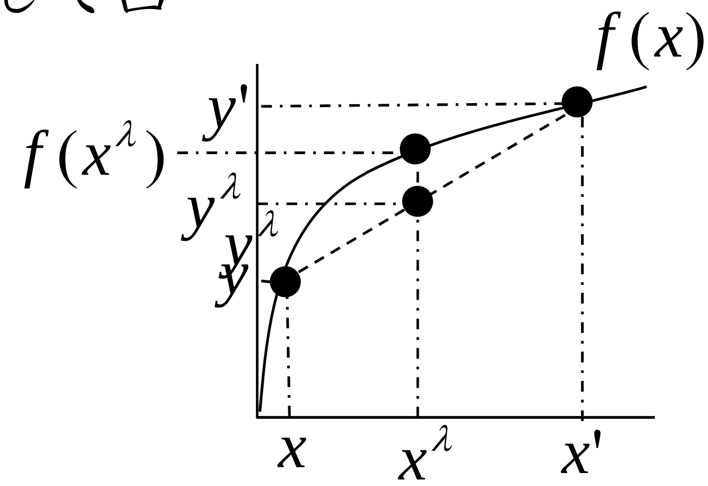
$$\left.\begin{array}{l}\lambda \to \lambda^{-1} \\ y \to \lambda y\end{array}\right\}$$ と置き換え

$$h(\lambda y; w) \subset \lambda h(y; w)$$

$$h(\lambda y; w) = \lambda h(y; w)$$

事実B.25（収穫逓減技術と費用関数）

$f(x)$ が凹 $\Rightarrow$ $C(y;w)$ はyに関して凸



$$\begin{cases} x \in h(y;w) \\ x' \in h(y';w) \\ x^{\lambda} \equiv \lambda x + (1-\lambda)x' \quad \lambda \in (0,1) \end{cases}$$

$$\lambda C(y;w) + (1-\lambda)C(y';w)$$

$= \lambda(w \cdot x) + (1-\lambda)(w \cdot x')$ ∵費用関数定義

$= w \cdot x^{\lambda}$

$\geq C(f(x^{\lambda});w)$ ∵費用関数定義

$\geq C(\lambda y + (1-\lambda)y';w)$ ∵ f の凹性

$f(x^{\lambda}) \geq \lambda f(x) + (1-\lambda) f(x')$

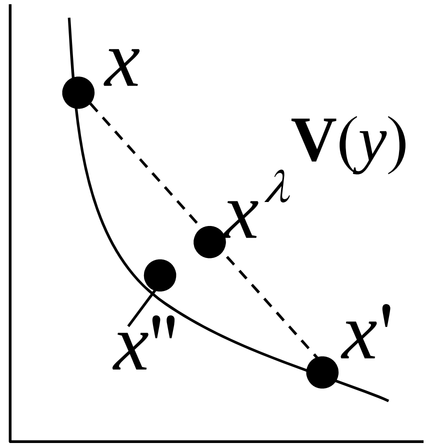
事実B.26（制約付需要関数の凸性）

$\underline{\mathrm{V}(y)：凸 \Rightarrow h(y;w)：凸}$

$$h(y;w) = \underbrace{\mathrm{V}(y)}_{凸} \cap \underbrace{\left\{x \in R_{+}^{n} : w \cdot x = C(y;w)\right\}}_{凸}$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{h(y;w):凸}$$

V(y)：強凸⇒$h(y;w)$：単一要素



仮定 $\begin{cases} x, x' \in h(y;w) \\ x \neq x' \end{cases}$

$$\lambda x + (1-\lambda)x' \in h(y;w) \qquad \because h\text{の凸性}$$

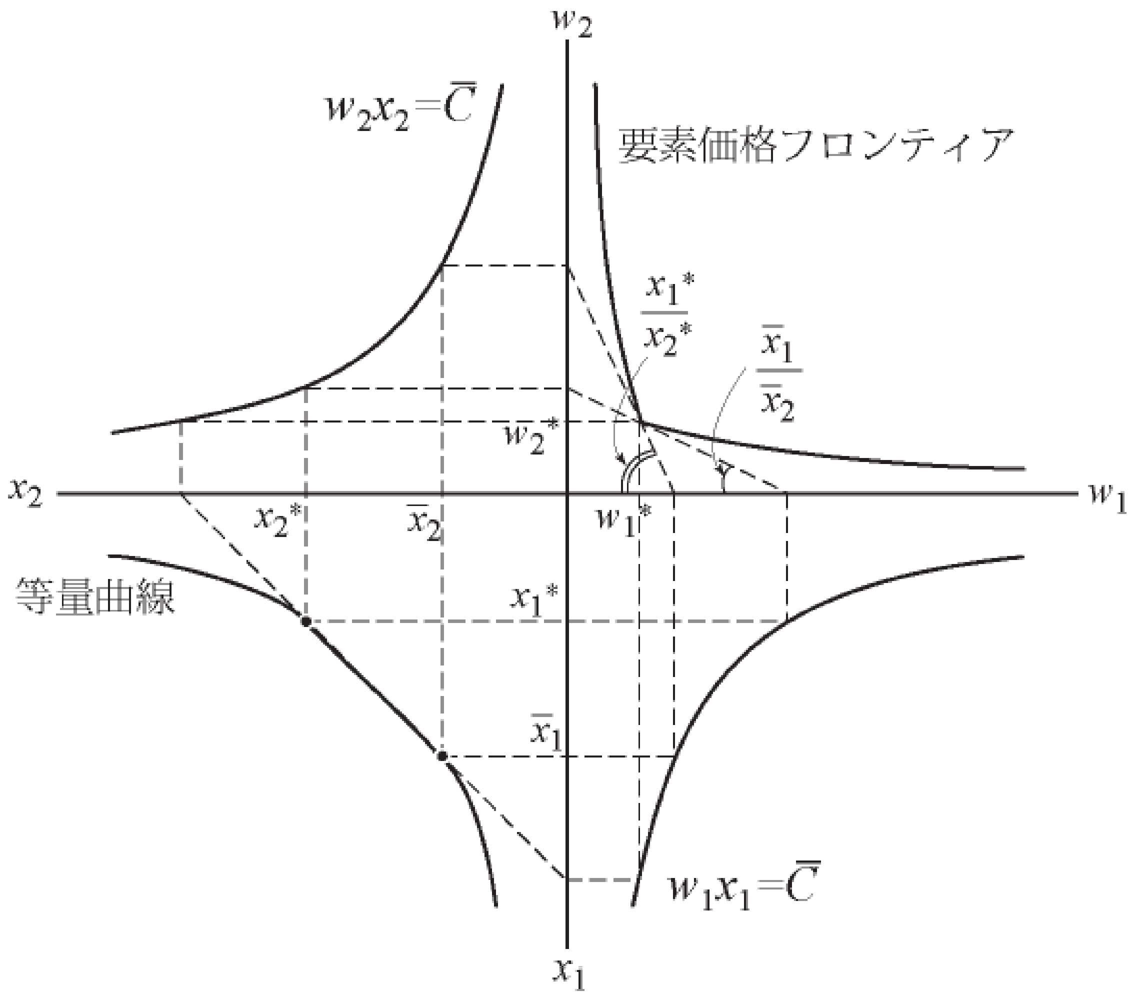
$$\exists x'' \in \mathrm{V}(y) \quad s.t. \quad \lambda x + (1-\lambda)x' >> x'' \quad \because \mathrm{V}\text{の強い凸性}$$

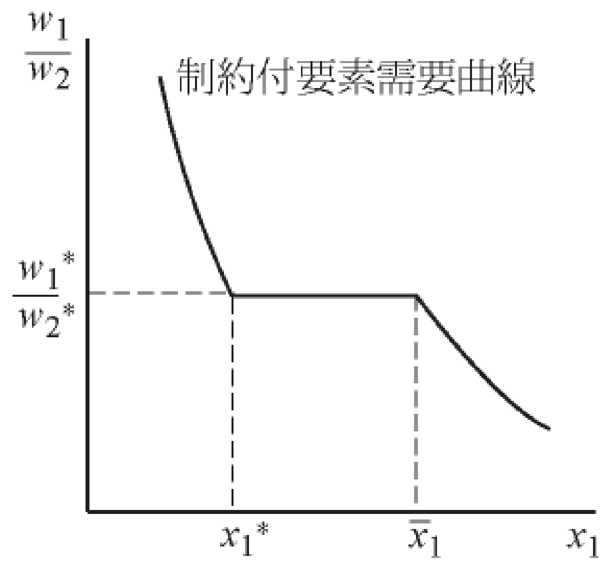
$$w \cdot \{\lambda x + (1-\lambda)x'\} > w \cdot x''$$

矛盾

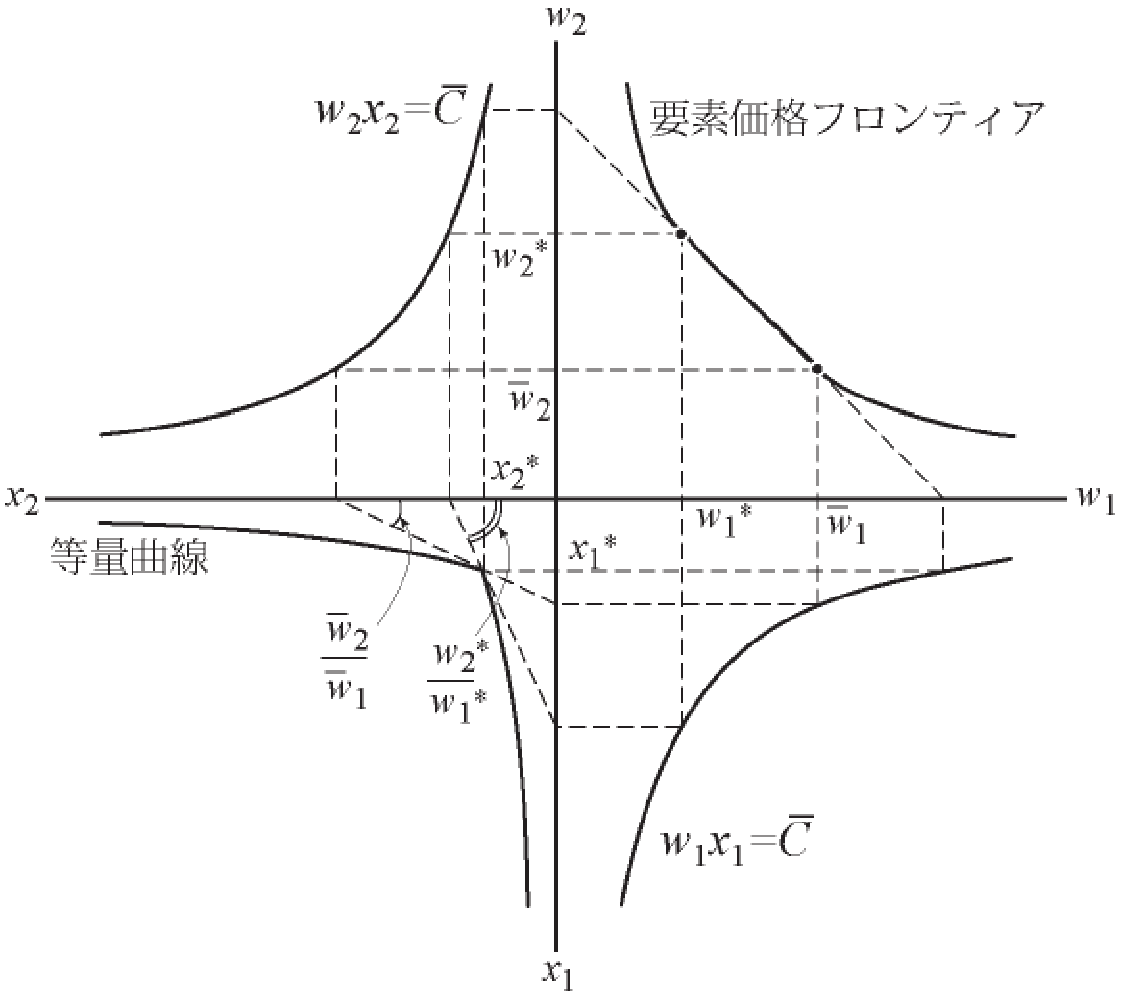
hは単一要素

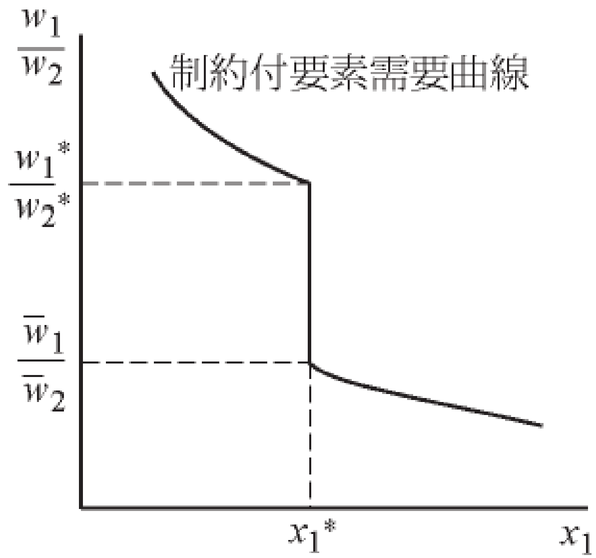
$\mathbf{V}(y)$ が弱凸の場合



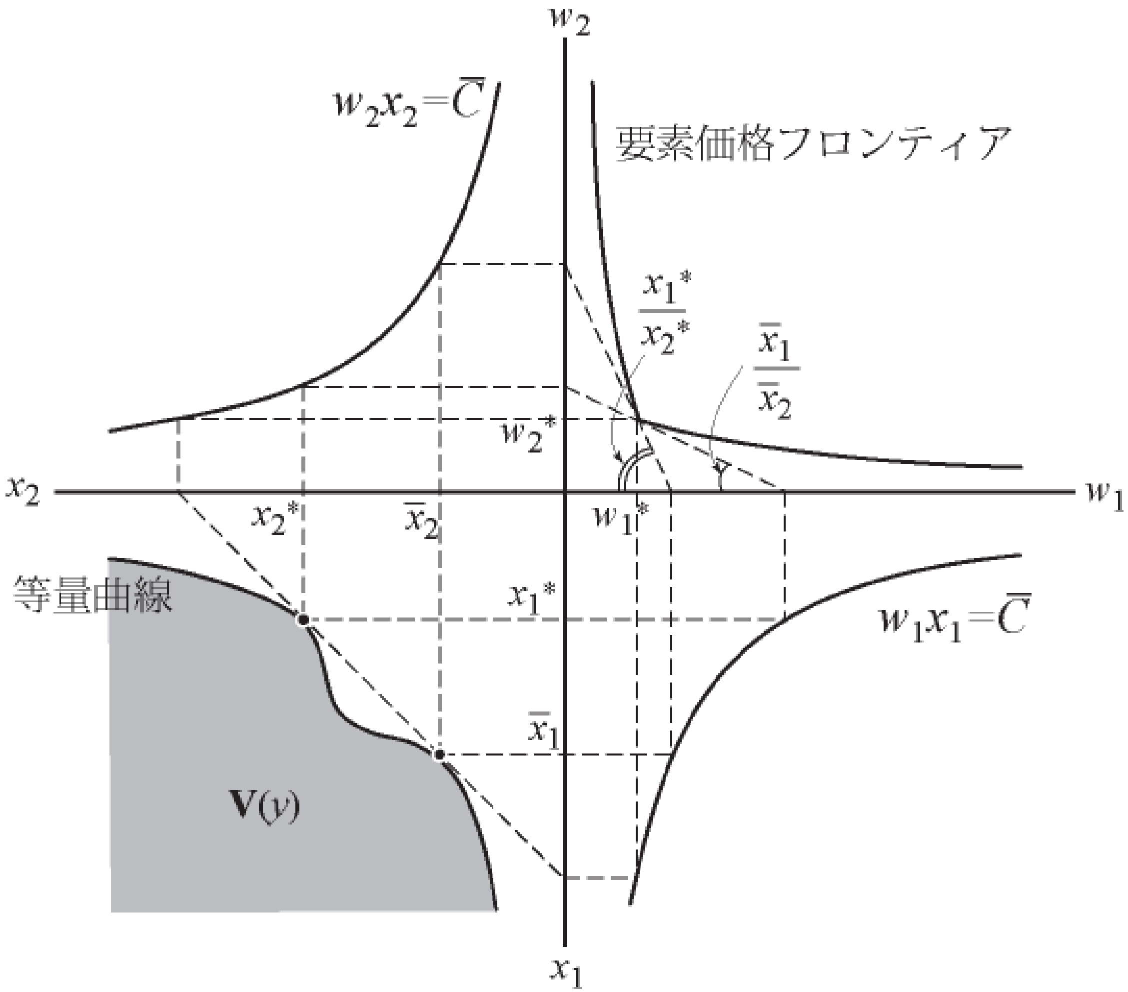


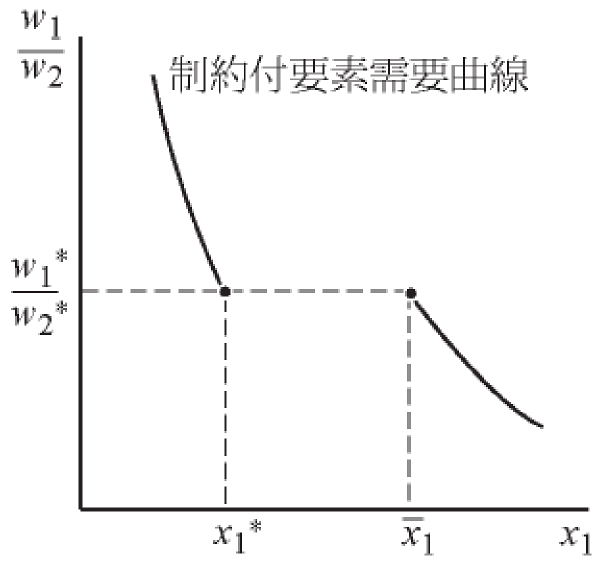
$\mathbf{V}(y)$ が角を持つ場合





$\mathbf{V}(y)$ が非凸の場合





事実B.27（要素価格フロンティア(FPF)の相似性）

費用関数の１次同次性⇒FPFは原点に関して相似
(費用関数はホモセティック）

事実B.28（制約付要素需要の価格弾力性)…要素間の代替性/補完性

$$\eta_{ij}^{c}(y;w) = \frac{\partial h_i(y;w)/\partial w_j}{h_i(y;w)/w_j} \longrightarrow \sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}^{c} = 0$$

$$\Downarrow$$

生産要素が２種類 ⇒ これらは代替的な要素となる。

定義B.32 （費用関数の産出量弾力性)

$$\eta_{Cy}(y;w) = \frac{\partial}{\partial y}C(y;w) \Big/ \frac{C(y;w)}{y}$$

事実B.29（制約付要素需要関数と費用関数の産出量弾力性）

$$\eta_{iy}^{c} \equiv \frac{\partial h_i(y;w)/\partial y}{h_i(y;w)/y}$$

$$\Downarrow$$

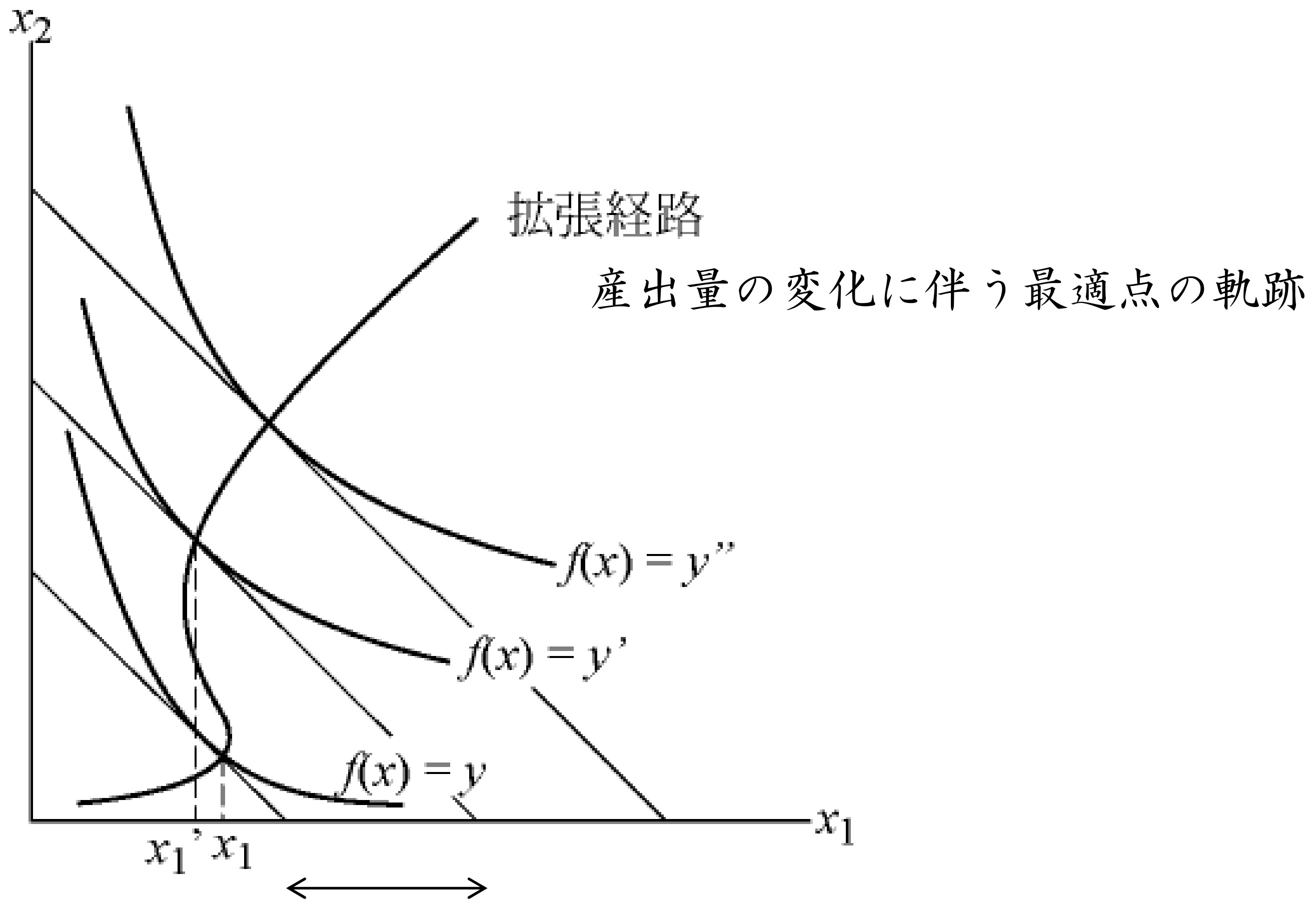
各要素の費用シェア：

$$\theta_i \equiv \theta_i(y;w) = \frac{w_i h_i(y;w)}{C_v(y;w)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1$$

$$\eta_{Cy} = \sum_{i=1}^{n} \theta_i \eta_{iy}^{c}$$

⇒全ての要素が同時に「下級生産要素」になることはない。



この区間の産出量について
第1要素は下級生産要素