上級ミクロ経済学（前半）

京都大学経済研究所　森知也

平成 19 年 4 月 23 日

B　生産者行動の理論

B.1　生産者 (企業) の目的と制約

仮定 B.1 (企業の目的—objective of a firm) [1]生産活動を行う経済主体は企業であり、企業は利潤最大化を目的として行動する。

仮定 B.2 (利潤—profit) [2]企業の利潤は販売収入と生産および販売に必要な費用の差額であるとする。

仮定 B.3 (完全競争的企業—perfectly competitive firm) 各企業は価格を所与として (価格需要者—*price taker*—として) 最適な (*i.e.,* 利潤を最大化する) 産出・投入量—*input-output combination*—を決める。

定義 B.1 (計画期間—planning horizon) 企業が意思決定を行う期間のことを計画期間と呼び、期間中に投入量を変化させることができない生産要素が少なくとも 1 種類存在する計画期間を短期—*short-run*、全ての生産要素の投入量を変更できるほど長い計画期間を長期—*long-run*—と呼ぶ。

定義 B.2 (生産技術—production technology) 企業がある時点において持っている生産物・生産要素間の産出量-投入量の間の関係についての知識を生産技術と呼ぶ。

B.2　生産技術

B.2.1　生産可能集合

定義 B.3 (生産計画—production plan) ある企業が生産している生産物が全部で m 個 $(1,\ldots,m)$、投入している生産要素が全部で n 個 $(1,\ldots,n)$ あるとする。産出ベクトルを $y=(y_1,\ldots y_m)\in R^m_+$（ただし、$y_i\geq 0$ は第 i 生産物の産出量)、投入ベクトルを $x=(x_1,\ldots,x_n)\in R^n_+$(ただし、$x_j\geq 0$ は第 j 生産要素の投入量) と表すとき、投入-産出ベクトルの組み合わせ $(x,y)\in R^{m+n}_+$ をこの企業の生産計画と呼ぶ。

定義 B.4 (生産可能集合—production possibility set) [3]企業により実行可能な全ての生産計画の集合 $\mathbf{Y}\subset R^{m+n}_+$ を生産可能集合と呼ぶ (図 $B.1$ 参照)。

定義 B.5 (短期生産可能集合—short-run production possibility set) 短期的に、生産要素 $1,\ldots,k(<n)$ の投入量が可変、残りの $k+1,\ldots,n$ の投入量が固定とする。可変および固定生産要素投入量ベクトルを、それぞれ、$x_v\equiv(x_1,\ldots,x_k)\in R^k_+$ と $\bar{x}_f\equiv(\bar{x}_{k+1},\ldots,\bar{x}_n)\in R^{n-k}_+$ により表わすと、短期生産可能集合は $\mathbf{Y}(\bar{x}_f)=\{(x_v,y)\in R^{m+k}_+|(x_v,\bar{x}_f,y)\in\mathbf{Y}\}$ により定義される（図 $B.2$ 参照)。

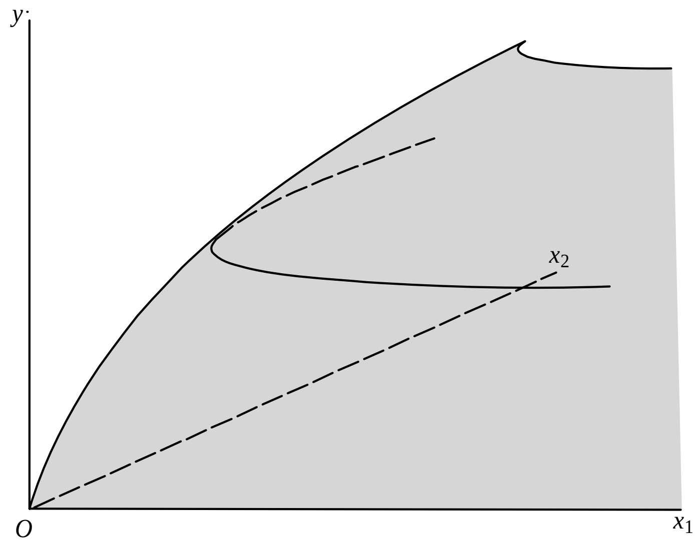

図 B.1: 生産可能集合 (2 生産要素 1 生産物の場合)

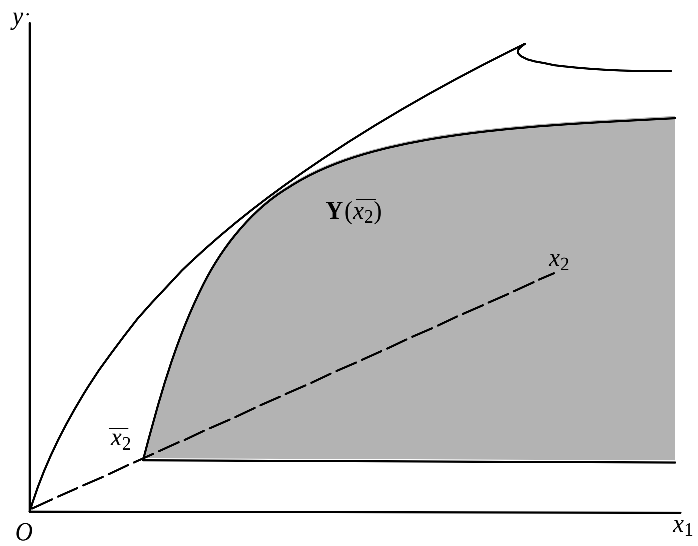

図 B.2: 短期生産可能集合

定義 B.6 (必要投入量集合—input requirement set) 産出ベクトル $\overline{y} \in R^n_+$ が与えられたとき、その生産を行うことのできる投入ベクトル全体の集合 $\mathbf{V}(\overline{y}) = \{x \in R^m_+ | (x, \overline{y}) \in \mathbf{Y}\}$ を必要投入集合と呼ぶ (図 $B.3$ 参照)[4]。

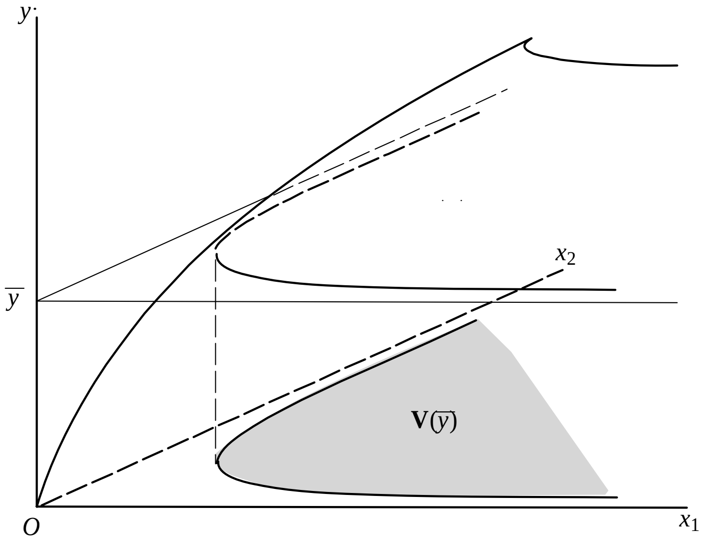

図 B.3: 必要投入量集合 (2 生産要素 1 生産物の場合)

生産可能集合の基本的性質として、断らない限り以下の B.4-B.9 を仮定する：

仮定 B.4 (非空—nonempty) $\mathbf{Y} \neq \varnothing$

仮定 B.5 (閉集合—closed set) [5]生産可能集合 $\mathbf{Y}$ は閉集合である。

仮定 B.6 (フリーランチ不可能—no free lunch) $y > 0$ かつ $(x, y) \in \mathbf{Y} \Rightarrow x > 0$(図 $B.4$ 参照).

仮定 B.7 (操業停止可能− possibility of inaction) [6]$(0, 0) \in \mathbf{Y}$

仮定 B.8 (無償廃棄可能—free disposability) [7]$(x, y) \in \mathbf{Y}$ かつ $x' \geq x$ かつ $y' \leq y \Rightarrow (x', y') \in \mathbf{Y}$

仮定 B.9 (必要投入量集合の凸性) 任意の $\bar{y} \in R^m_+$ について $\mathbf{V}(\bar{y})$ は凸集合である。

事実 B.1 (生産可能集合の凸性) 生産可能集合 $\mathbf{Y}$ が凸集合であれば、必要投入量集合 $\mathbf{V}(y)$ および短期生産可能集合 $\mathbf{Y}(\bar{x}_f)$ も凸集合である。

[1]企業の行動としての利潤最大化の解釈、および代替的な企業の行動目的に関する議論は、奥野・鈴村 [3, Ch.4] が参考になる。

[2]本講義では静学的な資源配分のみを問題にするため、ストック (在庫など) は無視し、フローの活動 (生産・販売など) を通じて得られる経常利益のみを考える。つまり、販売量と産出量は常に一致し、生産要素購入量と使用量も常に一致していると考える。動学的な資源配分に関しては、後期の「上級マクロ経済学」にて学習する。フローとストックの概念については、奥野・鈴村 [3, Ch.4, 脚注 4] 参照。

[3]例えば、長期的には実行可能でも短期的に不可能な生産計画もある。

[4]つまり、図に示した生産可能集合を一定の産出量水準 $\overline{y}$ で水平に切った場合の切り口である。

[5]特に、生産可能集合はその境界を含むことに注意 (定義 B.7・B.8・B.9 参照)。

[6]図 B.4 と図 B.5 は、それぞれ操業停止可能な場合と不可能な場合を示している。

[7]生産要素や生産物を資源を使わずに廃棄できる性質。この仮定の下では、必要投入量集合は単調となる : $x \in \mathbf{V}(y)$ かつ $x' \geq x \Rightarrow x' \in \mathbf{V}(y)$.

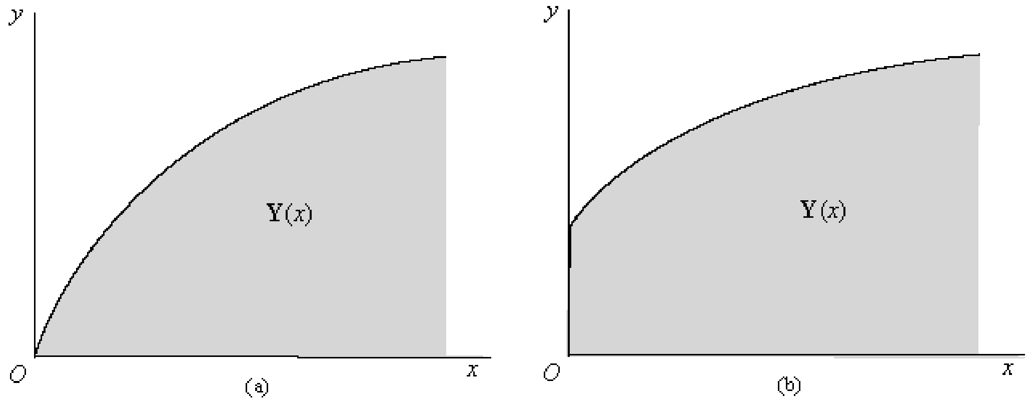

図 B.4: フリーランチの不可能性 (1 生産要素 1 生産物の場合) が (a) 満たされている場合と (b) 満たされていない場合

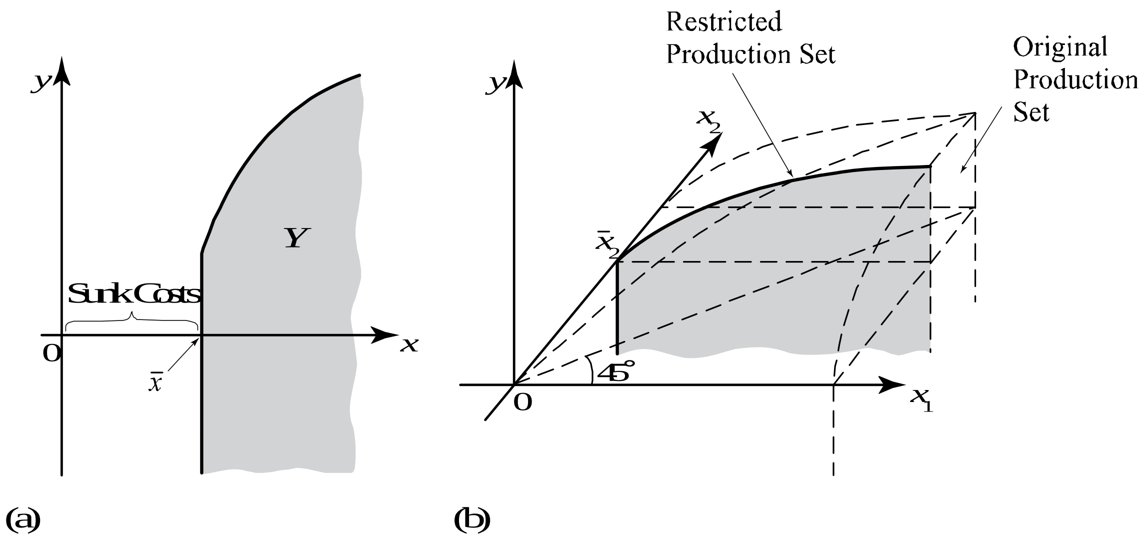

図 B.5: (a) 生産要素の投入量のうち回収できない部分がある場合; (b) 投入量が固定された生産要素がある場合

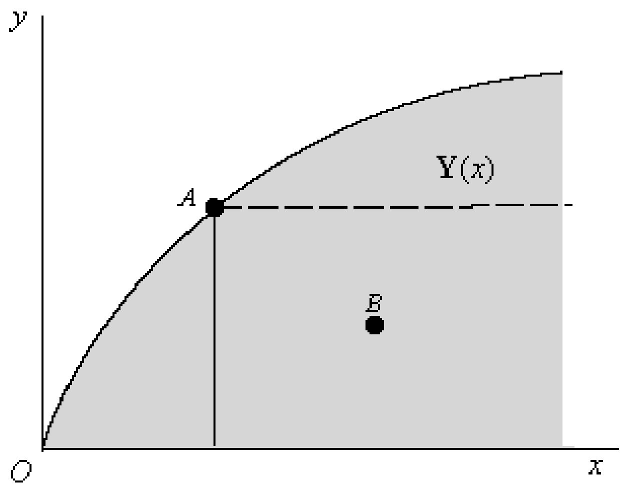

図 B.6: 無償廃棄の可能性（1 生産要素 1 生産物の場合)。任意の実行可能な生産計画 (例えば A 点) の右下方部分 (例えば B 点) は必ず生産可能集合に含まれる。

定義 B.7 (効率的生産計画—efficient production plan) $x \leq x'$ かつ $y \geq y'$ であり、かつ、$x < x'$ または $y > y'$ であるなら、(x, y) は (x', y') に優越—*dominate*—するといい、実行可能生産計画 $(x, y) \in \mathbf{Y}$ のうち、他のどのような実行可能生産計画 $(x', y') \in \mathbf{Y}$ によっても優越されない生産計画を効率的—*efficient*—な生産計画と呼ぶ。

定義 B.8 (効率的生産集合—efficient production set) 効率的な生産計画全体の集合 $\mathbf{Y}^* \equiv \{(x, y) \in \mathbf{Y} | (x', y')$ が (x, y) に優越するならば $(x', y') \notin \mathbf{Y}\}$ を効率的生産集合と呼ぶ (図 $B.7$ 参照)。

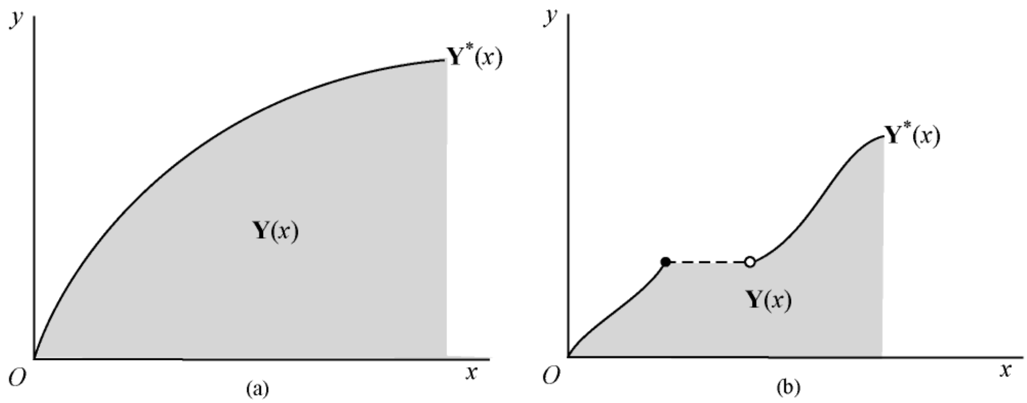

図 B.7: 効率的生産集合 (1 生産要素 1 生産物の場合)—(a) 生産可能集合の境界が水平・垂直部分を持たない場合 ; (b) 強い意味での効率性概念の下では、生産可能集合の水平・垂直部分は含まない。

定義 B.9 (生産関数—production function) 生産関数 $F(x, y)$ は、$F(x, y) = 0 \Leftrightarrow (x, y) \in \mathbf{Y}^*$ を満たす関数である[8]。

単一生産財の場合、生産関数を $y = f(x_1, \ldots, x_n) \equiv f(x)$ と表すと、上記の生産可能集合の性質は以下のように書き換えられる。

[8]つまり、生産可能集合の境界部分が生産関数のグラフである。

仮定 B.10 (フリーランチ不可能) $f(0) = 0$

仮定 B.11 (無償廃棄可能) $f(x)$ はすべての x_i について単調非減少関数、かつ、$y \in [0, f(x)] \Rightarrow (x, y) \in \mathbf{Y}$

仮定 B.12 (必要投入量集合の凸性) [9]$f(x)$ は擬凹関数である。

仮定 B.13 (生産可能集合の凸性) [10]$f(x)$ は凹関数である。

以下、断らない限り、仮定 B.6(フリーランチ不可能)、仮定 B.4(非空)、B.5(閉集合)、B.8(無償廃棄可能) を仮定する。

B.2.2 生産性の概念

定義 B.10 (収穫非逓増ー non-increasing returns to scale) 任意の $t \in [0, 1]$ について、$(x, y) \in \mathbf{Y} \Rightarrow (tx, ty) \in \mathbf{Y}$(図 $B.8a$)

定義 B.11 (収穫非逓減—non decreasing returns to scale) 任意の $t \geq 1$ について、$(x, y) \in \mathbf{Y} \Rightarrow (tx, ty) \in \mathbf{Y}$(図 $B.8b$)

定義 B.12 (収穫一定ー constant returns to scale) [11,12]収穫非逓増かつ収穫非逓減 : 任意の $t \geq 0$ について $(x, y) \in \mathbf{Y} \Rightarrow (tx, ty) \in \mathbf{Y}$(図 $B.8c$)

生産財が 1 種類の場合は、以下のように定義するのが一般的である。

定義 B.13 (収穫逓増ー increasing returns to scale) (i) 広義の定義として

$$\begin{cases} \quad f(0) = 0 \\ f(tx) \geq tf(x), \quad \forall t > 1, \forall x > 0 \\ f(tx) > tf(x), \quad \forall t > 1, \exists x > 0 \end{cases} \tag{B.1}$$

(ii) 狭義の定義として

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(tx) > tf(x) \quad \forall t > 1, \forall x > 0 \end{cases} \tag{B.2}$$

定義 B.14 (収穫逓減ー decreasing returns to scale) (i) 広義の定義として

$$\begin{cases} \quad f(0) = 0 \\ f(tx) \leq tf(x), \quad \forall t > 1, \forall x > 0 \\ f(tx) < tf(x), \quad \forall t > 1, \exists x > 0 \end{cases} \tag{B.3}$$

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(tx) < tf(x) \quad \forall t > 1, \forall x > 0 \end{cases} \tag{B.4}$$

定義 B.15 (収穫一定)

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(tx) = tf(x) \quad \forall t > 1, \forall x > 0 \end{cases} \tag{B.5}$$

長期の生産可能集合に関しては、仮定 B.9(必要投入量集合の凸性) より制約的な可分・加法性を仮定する場合もある :

---

[9]厳密には、無償廃棄可能性 (仮定 B.11) が必要であるが、通常、暗に仮定されており言及されない。

[10]厳密には、無償廃棄可能性 (仮定 B.11) が必要であるが、通常、暗に仮定されており言及されない。

[11]任意の $t > 0$ について $x \in \mathbf{V}(y) \Rightarrow tx \in \mathbf{V}(ty)$、としても定義できる。

[12]仮定 B.6 が仮定しない場合、たとえば、単一生産財の場合に $\mathbf{Y} = R_+^{n+1}$ も収穫一定技術となる。$(\mathbf{0}, y) \in \mathbf{Y}$、かつ、$y > 0$ である場合、これが、収穫一定と整合する唯一の技術である。

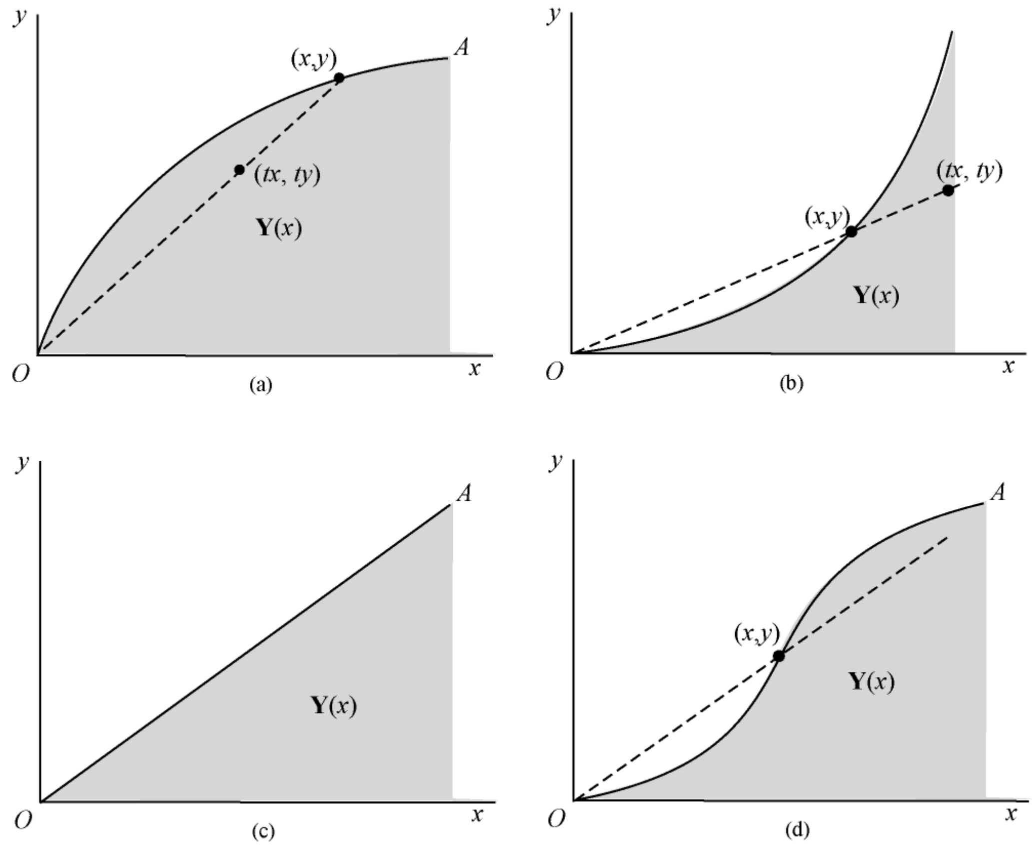

図 B.8: 規模の生産性—(a) 収穫非逓増 ; (b) 収穫非逓減 ; (c) 収穫一定 ; (d) いずれでもない

仮定 B.14 (可分性—divisibility) [13]$(x, y) \in \mathbf{Y}$ かつ $0 < \lambda < 1 \Longrightarrow (\lambda x, \lambda y) \in \mathbf{Y}$

仮定 B.15 (加法性—additivity) [14]$(x, y) \in \mathbf{Y}$ かつ $(x', y') \in \mathbf{Y} \Longrightarrow (x + x', y + y') \in \mathbf{Y}$

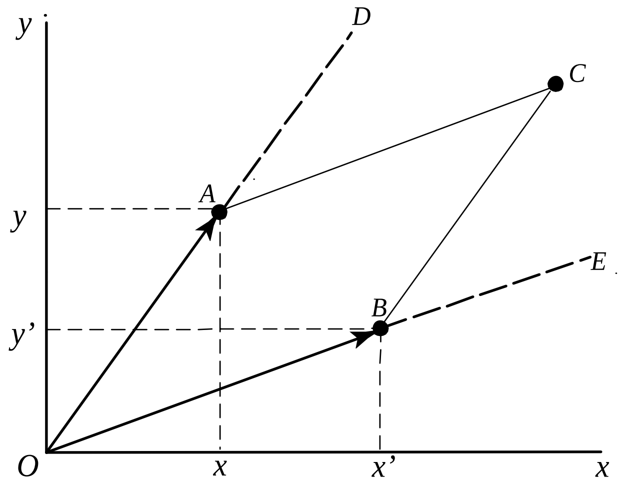

図 B.9: 可分性と加法性（1 生産要素 1 生産物の場合)—生産工程 (x, y) と (x', y') が可能ならば、半直線 OA と OB で囲まれた領域は必ず生産可能集合に含まれる。

事実 B.2 (加法・可分性と凸錘) [15]生産工程の可分性と加法性 (仮定 B.14,B.15) が満たされれば、生産可能集合 $\mathbf{Y}$ は $(0, 0) \in \mathbf{Y}$ を頂点とする凸錘 (*convex cone*) である (図 B.10)。

仮定 B.16 (１生産財の場合の可分・加法性) [16]$f(x)$ は 1 次同次の凹関数である。

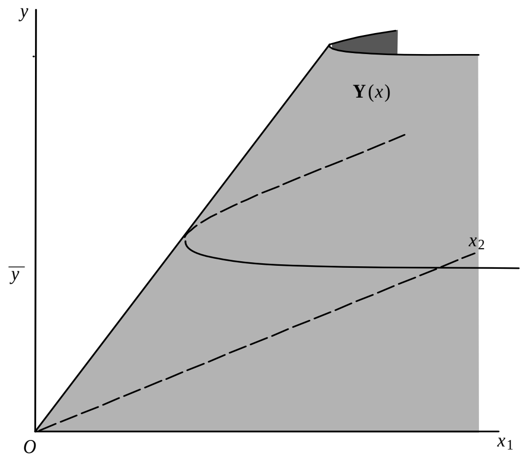

図 B.10: 収穫一定かつ凸な生産技術

[13]可分性とは、ある生産工程を使って y の生産が可能であるならば、その何分の 1 の生産でも同じ生産工程を使って実行可能であることを意味する。

[14]加法性とは、2 つの生産工程 (x, y) と (x', y') を分けて行えば、企業全体としては $(x + x', y + y')$ の生産計画を実施することができるという性質である。

[15]任意の $\alpha \geq 0$ について $(x, y) \in \mathbf{Y} \Rightarrow (\alpha x, \alpha y) \in \mathbf{Y}$ が成立するとき、$\mathbf{Y}$ は原点 $(0, 0) \in \mathbf{Y}$ を頂点とする錘− cone −であるという。任意の $\alpha, \beta \geq 0$ について $(x, y), (x', y') \in \mathbf{Y} \Rightarrow (\alpha x + \beta x', \alpha y + \beta y') \in \mathbf{Y}$ が成立するとき、$\mathbf{Y}$ は凸錘であるという。

[16]定義 B.23 参照

観察 B.1 (収穫逓減と収穫一定の解釈) 収穫逓減な生産技術の解釈として、全ての生産要素の投入量が可変である場合に収穫一定となる生産技術において、一部の生産要素 (例えば土地) が希少であり、投入量が限定される場合に対応すると考えることができる。より厳密には、収穫逓減技術と収穫一定技術の間に命題 $B.1$ の関係が成り立つ。

命題 B.1 (収穫逓減と収穫逓増) [17]生産可能集合 $\mathbf{Y} \subset \mathbb{R}^L$ が凸集合であり $0 \in \mathbf{Y}$ ならば、$\mathbf{Y} = \{y \in \mathbb{R}^L : (y,1) \in \mathbf{Y}'\}$ と表せる、収穫一定かつ凸な生産可能集合 $\mathbf{Y}' \subset \mathbb{R}^{L+1}$ が存在する (図 $B.11$)。

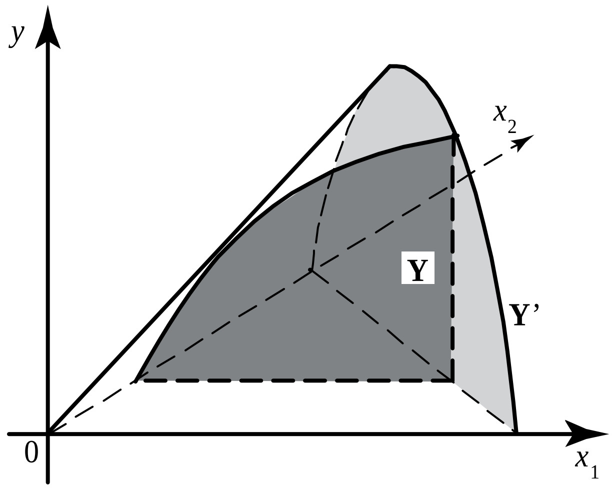

図 B.11: 影部分が $L = 2$ のときの凸な $\mathbf{Y}$ の例である。生産要素 2 の投入量 x_2 が固定的であるとすれば、x_2-軸も含めた 3 次元空間に描かれた収穫一定の生産可能集合 $\mathbf{Y}'$ は、$0 \in \mathbf{Y}'$ と $\mathbf{Y}$ の効率的生産集合の各点を結ぶ直線により構成されている。

定義 B.16 ((局所的な) 規模の生産性—(local) returns to scale) ある投入ベクトル x における局所的な規模の生産性は、規模の弾力性—*elasticity of scale*

$$\varepsilon(x) \equiv \left. \frac{df(tx)}{dt} \frac{t}{f(tx)} \right|_{t=1} \tag{B.6}$$

の値により、$(i)\varepsilon(x) < 1$ のとき収穫逓減、$(ii)\varepsilon(x) > 1$ のとき収穫逓増、$(iii)\varepsilon(x) = 1$ のとき収穫一定と定義する (図 $B.12$)。

定義 B.17 (生産要素 i に関する産出量弾力性—output elasticity of factor i) 第 i 生産要素に関する産出量 $f(x)$ の弾力性は

$$\varepsilon_i(x) \equiv \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(x)} \tag{B.7}$$

により与えられる。

事実 B.3 (生産規模と生産要素に関する産出量弾力性) 生産規模の弾力性は全生産要素に関する産出量弾力性の和

$$\varepsilon(x) = \sum_{\iota=1}^{n} \varepsilon_i(x) \tag{B.8}$$

として表される。

[17]MWG[1, Prop.5.B.1, p.134]

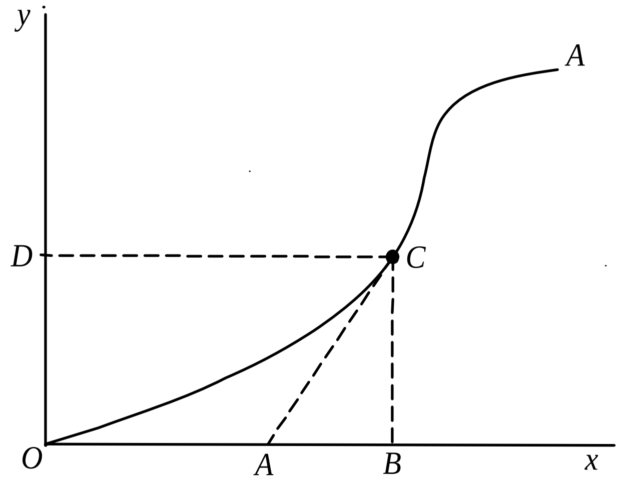

図 B.12: 規模の弾力性—生産点 C における規模の弾力性は $\varepsilon = \overline{OB}/\overline{AB}$ で表される。

定義 B.18 (生産要素の生産性—単一生産財の場合) 単一生産財の場合、第 i 生産要素の平均生産性 $AP_i(x)$ は $f(x)/x_i$、限界生産性 $MP_i(x)$ は生産関数 f が微分可能であればその x_i に対する偏微係数 $\frac{\partial}{\partial x_i} f(x)$ として一意的に定義される (図 B.13)。

定義 B.19 (生産要素の生産性—複数生産財の場合) 生産関数 $F(x, y) = 0$ 上の任意の生産可能点 (x, y) において、第 i 生産要素の第 j 生産物に対する平均生産性—*average product of* i*-th input with respect to* j*-th output*—$AP_{ij}(x, y)$ は y_j/x_i により定義される。また、生産関数 F が微分可能であれば限界生産性—*marginal product of* i*-th input with respect to* j*-th output*—$MP_{ij}(x, y)$ は以下により定義される。

$$\left.\frac{dy_j}{dx_i}\right|_{\substack{dx_h=0, h\neq i \\ dy_l=0, l\neq j}} = -\frac{\partial F(x, y)/\partial x_i}{\partial F(x, y)/\partial y_j} \tag{B.9}$$

定義 B.20 (等量曲線—isoquant) [18]必要投入量集合 $\mathbf{V}(y)$ のうち $\mathbf{V}^*(y) \equiv \{x \in \mathbf{V}(y) | x' < x \Longrightarrow x' \notin \mathbf{V}(y)\} (\subset \mathbf{V}(y))$ を効率的な投入ベクトルの集合と呼ぶ。

定義 B.21 (単一生産財の場合の技術的限界代替率− marginal rate of technical substitution) [19]単一生産財の場合の第 i, j 生産要素間の技術的限界代替率 $TRS_{ij}(x, y)$ は

$$TRS_{ij}(x, y) = -\left.\frac{dx_j}{dx_i}\right|_{\substack{dy=0 \\ dx_k=0, k\neq i,j}} = \frac{\partial f(x)/\partial x_i}{\partial f(x)/\partial x_j} \tag{B.10}$$

で与えられる (図 B.14)。

定義 B.22 (複数生産財の場合の技術的限界代替率) 第 i 生産要素と第 j 生産要素以外の生産要素の投入量、および産出量を一定としたときの、現行の投入ベクトルの下での第 i, j 生産要素の限界生産性の比 $TRS_{ij}(x, y)$ は以下で与えられる。

$$TRS_{ij}(x, y) = -\left.\frac{dx_j}{dx_i}\right|_{\substack{dy_l=0 \\ dx_k=0, k\neq i,j}} = \frac{\partial F(x, y)/\partial x_i}{\partial F(x, y)/\partial x_j} \tag{B.11}$$

[18]つまり、必要投入量集合の境界部分が等量曲線であり、一定の産出量の下でのすべての効率的な投入ベクトルの集合である（図 B.3 参照）。

[19]TRS は、technical rate of substitution の略を採用しているが、marginal rate of substitution の略として MRS を採用する場合もある。

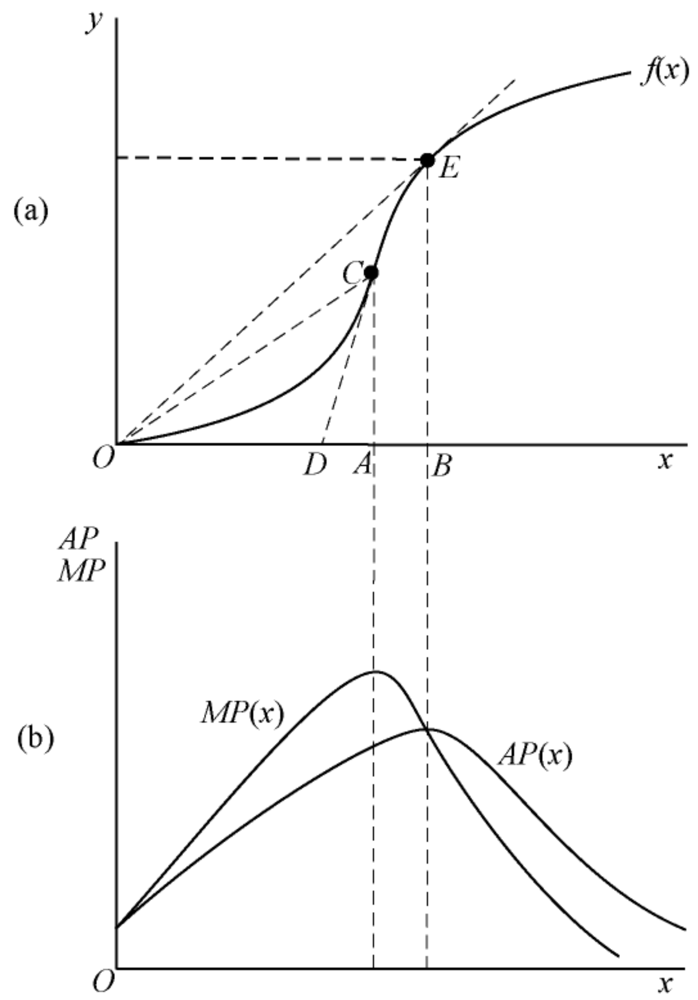

図 B.13: 平均・限界生産性—(a)$MP(x) > AP(x)$ なら平均生産性は増加し、$MP(x) < AP(x)$ なら減少する, i.e., 限界生産性曲線は平均生産性曲線の最大点で平均生産性曲線と交わる。

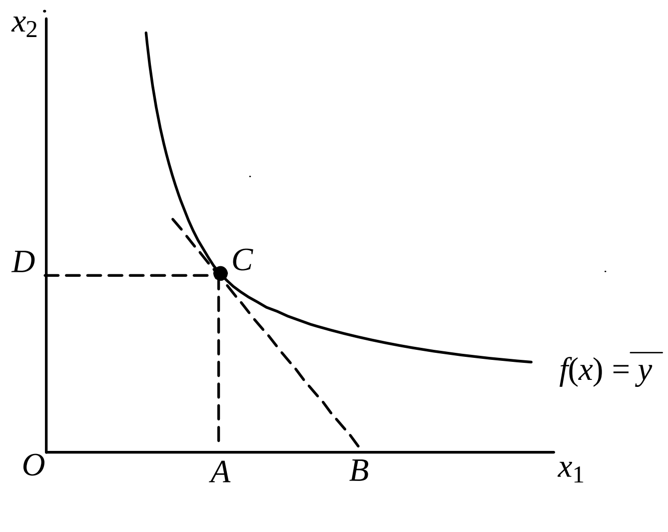

図 B.14: 技術的限界代替率—C 点において $TRS_{12} = \overline{AC}/\overline{AB}$ で表される。

事実 B.4 (技術的限界代替率逓減の原理—principle of diminishing marginal rate of technical substitution) 必要投入量集合が凸であるとき (仮定 $B.9$ または $B.12$)、等量曲線は原点に向かって凸となる。従って、産出量一定の下で第 i 生産要素の投入量を増やし、第 j 生産要素の投入量を減らせば、第 i 生産要素の第 j 生産要素に対する技術的限界代替率 $TRS_{ij}(x, y)$ は減少する。このことを技術的限界代替率逓減の原理と呼ぶ。

定義 B.23 (同次関数—homogeneous function) 関数 $f : R^n_+ \to R$ が、任意の $t > 0$ と任意の $x \in R^n_+$ について

$$f(tx) = t^k f(x) \tag{B.12}$$

を満たすとき、f は k 次同次関数—*homogeneous function of degree k*—であるという。

事実 B.5 (同次関数の形状) 同次関数 ($B.12$) は $(i)k < 1$ のとき収穫逓減、$(ii)k > 1$ のとき収穫逓増、$(iii)k = 1$ のとき収穫一定となる (図 $B.15$)。

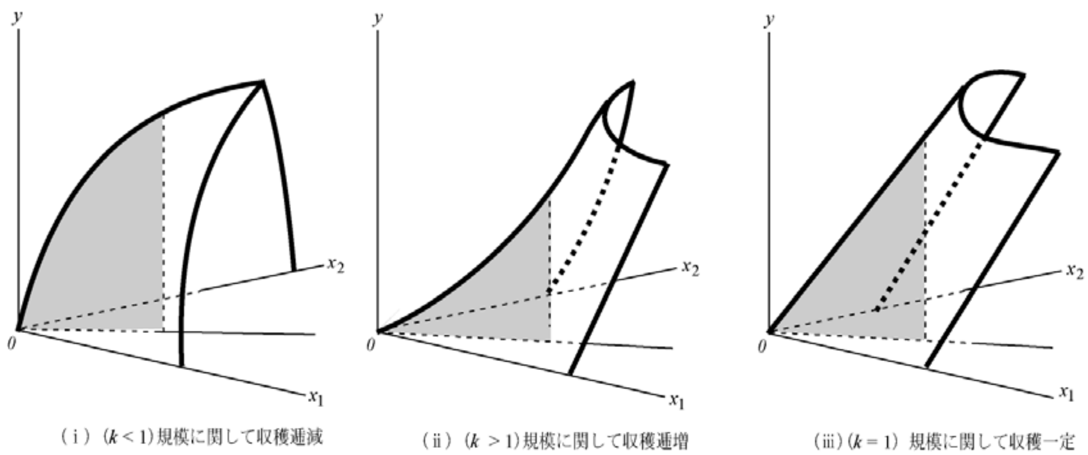

図 B.15: 同次関数の形状

事実 B.6 (同次関数の性質—オイラーの定理—Euler's law) $f : R^n_+ \to R$ が微分可能な k 次同次関数であれば以下の等式が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\partial}{\partial x_i} f(x) = kf(x) \tag{B.13}$$

事実 B.7 (１次同次生産関数と生産要素の限界生産性) (*B.13*) を用いれば、生産関数が 1 次同次ならば $f(x) = \sum_{i=1}^{n} MP_i(x)x_i$ となることが分かる (MP は定義 $B.18$ 参照)。

事実 B.8 (同次関数の性質—導関数の同次性) $f : R^n_+ \to R$ が微分可能な k 次同次関数であれば、$\frac{\partial}{\partial x_i} f(x)$ $(i = 1, \ldots, n)$ は $(k-1)$ 次同次関数となる。

定義 B.24 (ホモセティック関数—homothetic function) $f : R^n_+ \to R$ を微分可能な k 次同次関数、$g : R \to R$ を微分可能な単調増加関数とするとき、$\phi(x) \equiv g(f(x))$ は R^n_+ 上のホモセティック関数と呼ぶ。

事実 B.9 (ホモセティック関数の相似性) [20]ホモセティックな生産関数の技術的限界代替率は生産要素投入量比のみに依存する (図 $B.16$)。

[20]つまり、原点を通る直線上において技術的限界代替率は一定である。

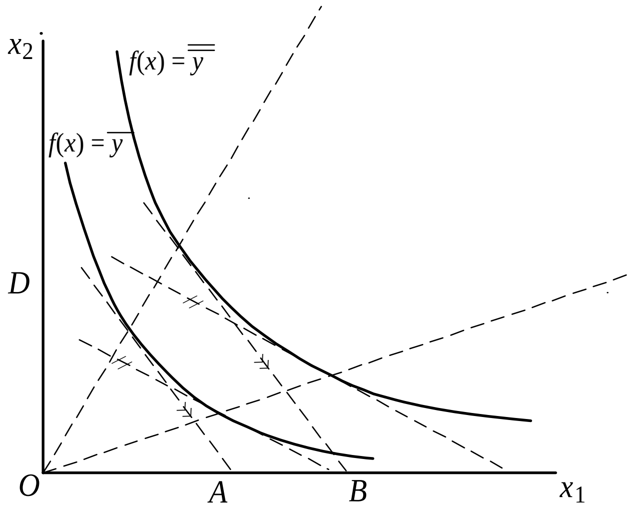

図 B.16: ホモセティックな生産関数の等量曲線—等量曲線は原点に対して相似となる。

定義 B.25 (生産物変形曲線—product transformation curve/production possibility frontier) 投入ベクトル $x \in R^n_+$ を一定としたときに実行可能な産出ベクトルのうち効率的な産出ベクトルの集合 $T(x) \equiv \{y \in R^m_+ | (x, y) \in \mathbf{Y}^*\}$ を、生産物変形曲線と呼ぶ（図 $B.17$)。

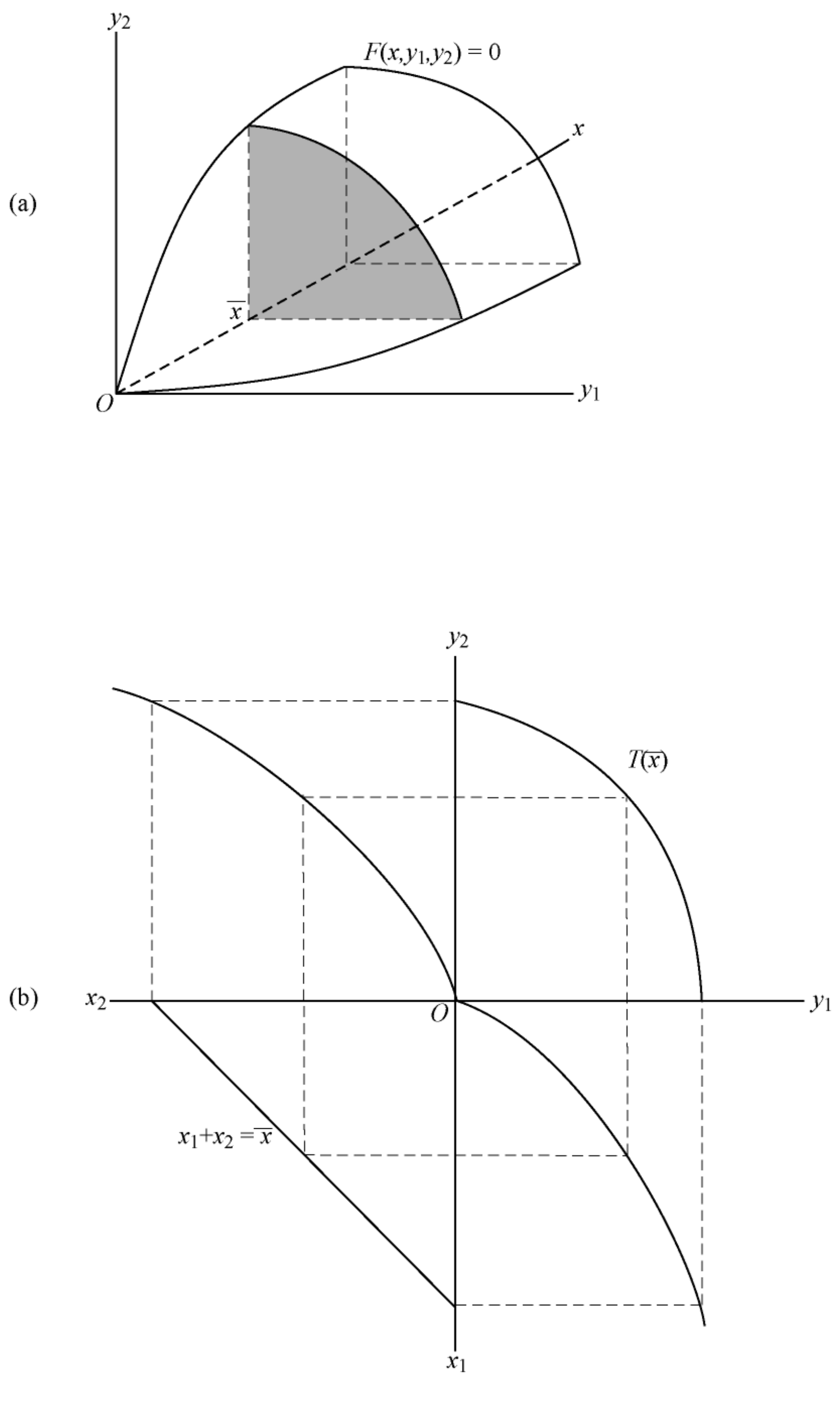

図 B.17: (a) 生産可能集合（1 生産要素 2 生産物の場合) と (b) 生産物変形曲線

参考文献

[1] Mas-Colell, A., Whinston, M.D., Green, J.R., *Microeconomic Theory*, Oxford: Oxford University Press (1995)

[2] 西村和雄, 「ミクロ経済学」, 東洋経済（1990)

[3] 奥野正寛・鈴村興太郎, 「ミクロ経済学 I」, 岩波書店（1985)